

EUR 2620.i

COMUNITÀ EUROPEA DELL'ENERGIA ATOMICA - EURATOM

RISOLUZIONE NUMERICA DI UN PROBLEMA DI DIFFUSIONE DEL CAMPO MAGNETICO

di

P. STELLA e A. TARONI

1966



Centro Comune di Ricerca Nucleare
Stabilimento di Ispra - Italia

Centro di Trattamento dell'Informazione Scientifica - CETIS

AVVERTENZA

Il presente documento è stato elaborato sotto gli auspici della Commissione della Comunità Europea dell'Energia Atomica (EURATOM).

Si precisa che la Commissione dell'Euratom, i suoi contraenti, o qualsiasi altra persona che agisca in loro nome :

non garantiscono l'esattezza o la completezza delle informazioni contenute nel presente documento, nè che l'uso di qualsiasi informazione, dispositivo, metodo o processo, descritti nel presente documento, non arrechino pregiudizio ai diritti sulle opere dell'ingegno e sulle invenzioni industriali ;

non assumono alcuna responsabilità per i danni che dovessero risultare dall'uso di informazioni, dispositivi, metodi o processi divulgati con il presente documento.

La presente relazione può essere acquistata presso gli uffici vendita indicati nella quarta pagina della copertina

al prezzo di Lit. 750	FF 6.—	FB 60	DM 4.80	Fl. 4.30
-----------------------	--------	-------	---------	----------

All'atto dell'ordinazione, si prega di menzionare il riferimento EUR e il titolo, che figurano sulla copertina di ciascuna relazione.

Stampato da L. Vanmelle, Gent
Bruxelles, febbraio 1966.

Per la riproduzione di questo documento ci si è serviti della miglior copia disponibile.

EUR 2620.i

COMUNITÀ EUROPEA DELL'ENERGIA ATOMICA - EURATOM

RISOLUZIONE NUMERICA DI UN PROBLEMA DI DIFFUSIONE DEL CAMPO MAGNETICO

di

P. STELLA e A. TARONI

1966



Centro Comune di Ricerca Nucleare
Stabilimento di Ispra - Italia

Centro di Trattamento dell'Informazione Scientifica - CETIS

RIASSUNTO

In questo rapporto è trattata la risoluzione numerica di un sistema di equazioni non lineari alle derivate parziali che rappresentano il fenomeno della diffusione di un campo magnetico all'interno di un conduttore metallico cilindrico. Quest'ultimo comprime il campo magnetico con velocità costante.

Sono esaminate varie questioni relative alla natura del sistema; in particolare sono studiate una singolarità delle equazioni, la stabilità dello schema numerico e una trasformazione di coordinate che tenga meglio conto del comportamento della soluzione.

Introduzione (°)

Argomento di questo rapporto è l'analisi e la risoluzione numerica di un particolare sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali. Si tratta di un sistema di due equazioni del secondo ordine, non lineari e in due variabili indipendenti.

Questo sistema, con opportune condizioni iniziali e al contorno, è una rappresentazione matematica del fenomeno della diffusione di un campo magnetico in un liner metallico cilindrico che lo comprime e del corrispondente andamento della temperatura nel liner stesso.

Le incognite del problema sono dunque l'intensità del campo magnetico e la temperatura, funzioni del tempo e di una variabile spaziale.

Dato il carattere non lineare delle equazioni proposte non è possibile risolvere analiticamente il sistema: occorre pertanto procedere alla risoluzione numerica del problema, per esempio col metodo delle differenze finite.

La parte centrale di questo rapporto è dedicata al metodo numerico adottato e alle particolari considerazioni fatte a causa di una singolarità delle equazioni, in corrispondenza dell'asse del cilindro, quando la variabile temporale raggiunge il valore massimo per cui si deve trattare il problema. Allo scopo di ottenere risultati più soddisfacenti si è eseguito un cambiamento della variabile spaziale indipendente, in modo da trasformare l'intervallo seminfinito della variabile spaziale nell'intervallo $(0,1)$.

La trasformazione scelta permette inoltre di avere passi molto piccoli del reticolo spaziale in prossimità dell'asse del cilindro e nello stesso tempo consente di tener conto dell'andamento delle funzioni incognite fino ad una distanza dall'origine

(°) Manoscritto ricevuto il 15 novembre 1965

al di là della quale non si hanno più variazioni sensibili dell'intensità del campo magnetico e della temperatura.

Nell'ultima parte del rapporto sono presentati e discussi vari casi, ottenuti variando i parametri caratteristici del problema, per esempio la velocità o le caratteristiche fisiche del liner.

Questo lavoro è stato svolto nell'ambito di una ricerca sviluppata da J.P. Somon del laboratorio Gas Ionizzati di Frascati, che qui ringraziamo per gli utili suggerimenti e informazioni.

Per una descrizione più dettagliata del problema fisico si veda la bibliografia [3], [4].

1. Descrizione del problema

Il sistema di equazioni proposto è:

$$(1.1) \quad \frac{\partial \beta}{\partial \tau} = 4 \frac{\partial}{\partial \xi} \left[F(\theta) (\xi + R^2(k\tau)) \frac{\partial \beta}{\partial \xi} \right]$$

$$(2.1) \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 4 L^2 (\xi + R^2(k\tau)) F(\theta) \left(\frac{\partial \beta}{\partial \xi} \right)^2$$

con

$$0 < \tau < \frac{1}{k} \quad 0 < \xi < \infty$$

con le condizioni iniziali

$$(3.1) \quad \text{per } \tau = 0 \quad \beta = 1 \quad ; \quad \theta = 1$$

e con le condizioni al contorno

$$(4.1) \quad \text{per } \xi = 0 \quad \frac{\partial}{\partial \tau} (R^2(k\tau)\beta) = 4 R^2(k\tau) F(\theta) \frac{\partial \beta}{\partial \xi}$$

$$(5.1) \quad \text{per } \xi \rightarrow \infty \quad \beta = 1 \quad ; \quad \theta = 1$$

La funzione $R(k\tau)$ è del tipo:

$$(6.1) \quad R(k\tau) = 1 - k\tau$$

Si trattano i casi con

$$F(\theta) = 1$$

$$F(\theta) = \theta$$

Il problema schematizzato da queste equazioni è il seguente:

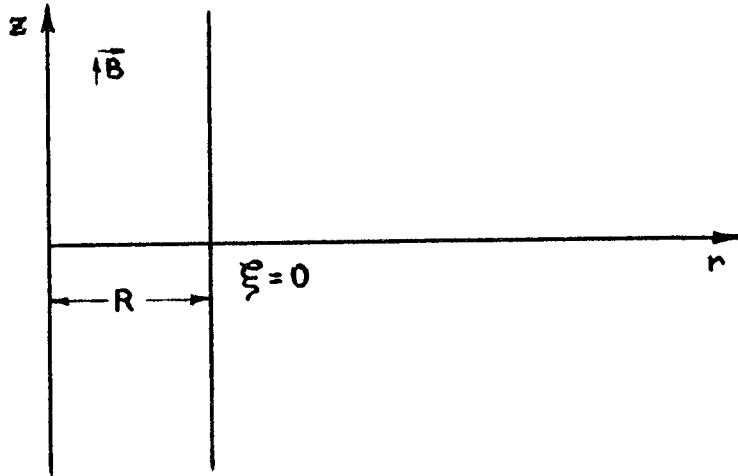


Fig. 1 : Sezione laterale del cilindro

si ha un contenitore cilindrico (liner) di metallo, che si suppone di spessore infinito. Nella zona compresa fra la parete interna del liner e l'asse è creato un campo magnetico; il liner si muove con velocità costante verso l'asse z , comprimendo la regione in cui è creato il campo magnetico.

Si vuol ricavare: I) l'andamento del campo magnetico, il quale è soggetto a due processi, cioè da una parte aumenta per la compressione, perchè il suo flusso totale deve conservarsi, dall'altra dopo un certo tempo, subisce una diminuzione, in quanto diffonde all'interno del metallo; II) l'andamento della temperatura nel corso del movimento.

Le equazioni sono scritte introducendo le variabili adimensionali β e θ . Se B_0 è l'intensità del campo magnetico iniziale, T_0 la temperatura all'inizio del fenomeno

$$\beta = \frac{B}{B_0} \qquad \theta = \frac{T}{T_0}$$

La coordinata ξ è di tipo lagrangiano, infatti il punto $\xi = 0$ è sempre associato alla parete interna del liner, nonostante il suo movimento. La ξ individua quindi i punti interni al liner in un sistema di riferimento solidale col moto del liner stesso. A questo scopo, dato che il liner si muove rigidamente, la coordinata ξ di un punto è scelta proporzionale all'area della sezione di corona cilindrica compresa fra la parete interna del liner e il punto considerato.

La funzione $R(k\tau)$ definita dalla (6.1) rappresenta il raggio della parete cilindrica interna del liner, al tempo τ , riferita alla distanza iniziale R_0 presa come unità di misura.

Si può allora concludere che

$$(7.1) \quad r(\xi, \tau) = (\xi + R^2(k\tau))^{1/2}$$

è la coordinata euleriana di un punto interno al liner, cioè dà la sua distanza dall'asse z , al tempo τ , rispetto ad un osservatore in quiete.

La costante k è legata in modo evidente alla velocità della parete interna del liner; infine $F(\theta)$ e L sono grandezze che dipendono dalle caratteristiche fisiche del mezzo (conducibilità elettrica, permeabilità magnetica, calore specifico del materiale).

Le equazioni in questione si possono ricavare in modo diretto dalle leggi dell'elettromagnetismo.

La prima equazione scende dalla legge di diffusione di un campo magnetico in un mezzo che non sia conduttore perfetto. Questa legge si ricava a sua volta dalle equazioni di Maxwell, trascurando le correnti di spostamento:

$$(8.1) \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla(\eta \nabla \cdot \vec{B}) + \text{rot}(\vec{\nabla} \wedge \vec{B})$$

dove η è un coefficiente dipendente dalla permeabilità magnetica e dalla conducibilità elettrica del mezzo. All'equazione (1.1) si arriva tenendo conto che il sistema di coordinate è cilindrico

e che il campo magnetico ha direzione assiale ed è perpendicolare alla velocità del liner.

La (2.1) si ricava dalla legge di Joule, che dà l'energia dissipata per unità di tempo sotto forma di calore, per effetto della corrente elettrica indotta nel liner in corrispondenza ad una variazione del campo magnetico.

Le condizioni iniziali (3.1) esprimono il fatto che al tempo $\tau = 0$ il sistema è indisturbato, cioè β e θ hanno un valore costante.

La condizione (4.1), alla parete interna del contenitore, rappresenta la legge di Faraday-Neumann-Lenz, scritta tenendo conto della legge di Ohm e della legge di Maxwell

$$\text{rot } \vec{B} = 4\pi\vec{J}$$

e, al solito, del fatto che si è in simmetria cilindrica.

Le altre due condizioni al contorno (5.1) esprimono il fatto che, poichè le perturbazioni di β e θ si propagano nel liner con velocità finita, per tutti i tempi che interessano, ad una distanza sufficientemente grande dal punto $\xi = 0$, β e θ mantengono i valori iniziali.

Maggiori informazioni sulla natura fisica del problema si possono trovare nella bibliografia [3] e [4].

2. Analisi delle equazioni

Consideriamo il sistema

$$\begin{cases} \frac{\partial \beta}{\partial \tau} = 4 \frac{\partial}{\partial \xi} \left[F(\theta) (\xi + R^2(k\tau)) \frac{\partial \beta}{\partial \xi} \right] \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 4 L^2 (\xi + R^2(k\tau)) F(\theta) \left(\frac{\partial \beta}{\partial \xi} \right)^2 \end{cases}$$

La prima equazione si può scrivere nella forma :

$$(1.2) \quad \beta_{\tau} - 4 \beta_{\xi} \left[(F(\theta))_{\xi} (\xi + R^2) + F(\theta) \right] - 4 F(\theta) (\xi + R^2) \beta_{\xi\xi} = 0$$

ed è un caso particolare dell'equazione del secondo ordine:

$$(2.2) \quad a u_{\xi\xi} + 2b u_{\xi\tau} + c u_{\tau\tau} + g = 0$$

con a, b, c, g funzioni di u, ξ, τ e delle derivate del primo ordine. La prima equazione, considerata separatamente è in forma canonica ([1] p.156 vol.II) perchè:

$$(3.2) \quad \begin{aligned} b &= c = 0 \\ a &= -4 F(\theta) (\xi + R^2) \end{aligned}$$

Si tratta di un'equazione di tipo parabolico che nella forma (1.1) si può interpretare come un'equazione della diffusione in geometria piana pur di considerare come coefficiente di diffusione l'espressione: $4 F(\theta) (\xi + R^2(k\tau))$.

Poichè quando un'equazione è scritta in forma canonica, le derivate che vi compaiono sono prese lungo le direzioni caratteristiche, considerando solo la prima equazione, le sue direzioni caratteristiche sono le parallele all'asse ξ e, trattandosi di un'equazione di tipo parabolico, in ogni linea parallela all'asse ξ , vengono a coincidere due caratteristiche.

La seconda equazione è invece non lineare dal primo ordine.

Si vuol vedere se le condizioni iniziali e al contorno, associate dal problema fisico a queste equazioni, permettono di determinarne la soluzione.

Si considera prima il caso semplice in cui $F(\theta) = 1$, cioè il caso in cui le due equazioni sono disaccoppiate. Il problema si riduce allora alla risoluzione separata di un'equazione parabolica e di una non lineare del primo ordine del tipo:

$$(4.2) \quad \theta_{\tau} = f(\beta, \xi, \tau)$$

con f funzione delle quantità β, ξ, τ tutte note se l'equazione parabolica in β è già stata risolta.

Data un'equazione del primo ordine della forma:

$$au_{\xi} + bu_{\tau} = c$$

con a, b, c funzioni di ξ, τ, u ma non delle derivate di u , le caratteristiche, nel piano ξ, τ sono date dal sistema di equazioni a derivate ordinarie

$$(6.2) \quad \begin{cases} \frac{d\xi}{ds} = a \\ \frac{d\tau}{ds} = b \end{cases}$$

Dalla (4.2) si ricava immediatamente che, nel nostro caso:

$$(7.2) \quad \begin{cases} \frac{d\xi}{ds} = 0 \\ \frac{d\tau}{ds} = 1 \end{cases}$$

la cui soluzione è

$$(8.2) \quad \begin{cases} \xi = \text{cost} \\ \tau = s + \text{cost} \end{cases}$$

cioè le linee caratteristiche sono le parallele all'asse τ .

Dalla teoria delle equazioni a derivate parziali risulta che le condizioni al contorno per la risoluzione delle equazioni vanno assegnate in dipendenza dal numero di caratteristiche distinte o coincidenti che escono dal contorno [1]. Pertanto, per l'equazione parabolica in β bisogna assegnare una condizione per $\xi = 0$ e una per $\xi \rightarrow \infty$, mentre per l'equazione in θ non sono richieste condizioni al contorno. Quest'ultimo fatto si può vedere direttamente dalla forma dell'equazione (4.2) in quanto, una volta assegnati i valori iniziali su tutta la regione che interessa, i valori di θ ai tempi successivi si ottengono integrando per ogni punto dell'asse ξ un'equazione equivalente ad una alle derivate ordinarie.

Se $F(\theta) = \theta$ le equazioni sono accoppiate e i ragionamenti precedenti non si possono applicare. Tuttavia è possibile giungere alle medesime conclusioni trasformando il sistema costituito dalle (1.1) e (2.1) in un sistema equivalente quasi lineare del primo ordine [1].

Questa riduzione si può ottenere ponendo:

$$\beta_{\xi} = \gamma(\xi, \tau)$$

per cui il sistema (1.1) e (2.1) diventa:

$$(9.2) \quad \begin{cases} \beta_{\xi} - \gamma = 0 \\ \beta_{\tau} - 4 [F(\theta) (\xi + R^2(k\tau)) \gamma]_{\xi} = 0 \\ \theta_{\tau} - 4L^2 (\xi + R^2(k\tau)) F(\theta) \gamma^2 = 0 \end{cases}$$

Introducendo un vettore \underline{u} di componenti (β, γ, θ) , il sistema (9.2) si può mettere nella forma

$$(10.2) \quad A^{\tau} u_{\tau} + A^{\xi} u_{\xi} + b = 0$$

dove

$$(11.2) \quad A^\tau = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^\xi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4F(\theta)(\xi+R^2) & -4(F(\theta))_\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

e dove b è un vettore di componenti:

$$(12.2) \quad b = \begin{pmatrix} -\gamma \\ -4F(\theta) \cdot \gamma \\ -4L^2(\xi+R^2(k\tau)) F(\theta)\gamma^2 \end{pmatrix}$$

L'equazione delle linee caratteristiche nella forma $\varphi(x,y) = 0$, si ottiene eguagliando a zero il determinante della matrice

$$(13.2) \quad A = A^\tau \varphi^\tau + A^\xi \varphi_\xi$$

cioè:

$$(14.2) \quad A = \begin{pmatrix} \varphi_\xi & 0 & 0 \\ \varphi_\tau & -4F(\theta)(\xi + R^2)\varphi_\xi & -4(F(\theta))_\theta \varphi_\xi \\ 0 & 0 & \varphi_\tau \end{pmatrix}$$

da cui

$$(15.2) \quad A = \varphi_\xi [4 F(\theta)(\xi + R^2(k\tau)) \varphi_\xi \varphi_\tau] = 0$$

che ha come radici:

$$(16.2) \quad \begin{array}{ll} \varphi_\tau = 0 & \text{radice doppia} \\ \varphi_\xi = 0 & \text{radice semplice} \end{array}$$

in definitiva si ottengono, come nel caso precedente, caratteristiche coincidenti parallele all'asse ξ e caratteristiche semplici parallele all'asse τ .

Quanto alla condizione al contorno (4.1) per $\xi = 0$, si noti che essa si può scrivere nella forma:

$$(17.2) \quad (R^2\beta)_\tau - 4F(\theta) (R^2\beta)_\xi = 0$$

e interpretata come equazione alle derivate parziali nella regione ξ, τ anzichè come condizione al contorno, è un'equazione del primo ordine in $R^2(k\tau) \cdot \beta(\xi, \tau)$ che ammette come linee caratteristiche le curve:

$$\frac{d\xi}{ds} = - 4F(\theta)$$

(18.2)

$$\frac{d\tau}{ds} = 1$$

la (17.2), sempre interpretata come equazione nel piano ξ, τ , ci dice anche che la funzione $R^2(k\tau) \cdot \beta(\xi, \tau)$ è costante nella direzione individuata da

$$(19.2) \quad \frac{d\xi}{d\tau} = - 4F(\theta)$$

Vedremo come si può tener conto di queste osservazioni nella trattazione numerica del problema.

3. Schema numerico e analisi di stabilità

Per la risoluzione del nostro sistema di equazioni (1.1) e (2.1) si è adottato il metodo alle differenze finite e precisamente il seguente schema:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\beta_j^{n+1} - \beta_j^n}{\Delta\tau} = \frac{4}{\Delta\xi} \cdot \frac{1}{2} \left\{ F_{j+1/2}^{n+1} \left(\xi_{j+1/2} + (R^2)^{n+1} \right) \cdot \frac{\beta_{j+1}^{n+1} - \beta_j^{n+1}}{\Delta\xi} - \right. \\
 (1.3) \quad & - F_{j-1/2}^{n+1} \left(\xi_{j-1/2} + (R^2)^{n+1} \right) \frac{\beta_j^{n+1} - \beta_{j-1}^{n+1}}{\Delta\xi} + F_{j+1/2}^n \left(\xi_{j+1/2} + \right. \\
 & \left. + (R^2)^n \right) \cdot \frac{\beta_{j+1}^n - \beta_j^n}{\Delta\xi} - F_{j-1/2}^n \left(\xi_{j-1/2} + (R^2)^n \right) \frac{\beta_j^n - \beta_{j-1}^n}{\Delta\xi} \\
 (2.3) \quad & \frac{\theta_{j+1/2}^{n+1} - \theta_{j+1/2}^n}{\Delta\tau} = 4 L^2 \left(\xi_{j+1/2} + (R^2)^n \right) \left(\frac{\beta_{j+1}^n - \beta_j^n}{\Delta\xi} \right)^2 \cdot F_{j+1/2}^n \\
 & \left. \begin{array}{l} n = 1, \dots, M \\ j = 1, \dots, N-1 \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

con le condizioni:

$$(3.3) \quad \beta_j^0 = 1 \quad \theta_{j+1/2}^0 = 1 \quad (j = 0, \dots, N)$$

$$(4.3) \quad \beta_N^n = 1 \quad (n = 0, \dots, M)$$

$$\begin{aligned}
 (5.3) \quad & \frac{(R^2)^{n+1} \beta_0^{n+1} - (R^2)^n \beta_0^n}{\Delta\tau} = 4 \cdot \frac{1}{2} \left\{ (R^2)^{n+1} F_{1/2}^{n+1} \frac{\beta_1^{n+1} - \beta_0^{n+1}}{\Delta\xi} + \right. \\
 & \left. + (R^2)^n F_{1/2}^n \frac{\beta_1^n - \beta_0^n}{\Delta\xi} \right\}
 \end{aligned}$$

Alla semiretta è sostituito un intervallo finito e la condizione al contorno per $\xi \rightarrow \infty$ è trasportata nel punto $\xi = N\Delta\xi$

La generica grandezza u_j^n rappresenta il valore approssimato di u nel punto del reticolo $(j \cdot \Delta\xi, n \cdot \Delta\tau)$. Questo schema si ottiene costruendo nello spazio (ξ, τ) un reticolo con passo spaziale $\Delta\xi$ e passo temporale $\Delta\tau$ e sostituendo alle derivate dei rapporti incrementali, che si calcolano facendo uso dei valori delle funzioni incognite nei punti del reticolo. L'uso di indici seminteri per il calcolo di θ è stato introdotto allo scopo di ottenere una migliore centratura dello schema e quindi un più alto grado di precisione.

Lo schema, per quel che riguarda l'equazione parabolica in β e la condizione al contorno per $\xi = 0$ è implicito, nel senso che i valori di β nel punto $(j \Delta\xi, (n+1) \Delta\tau)$ non sono calcolati solo in funzione dei valori di β al tempo $n \cdot \Delta\tau$ ma dipendono anche dai valori β_{j-1}^{n+1} e β_{j+1}^{n+1} . Pertanto, ad ogni iterazione, il valore di β_j^{n+1} va calcolato risolvendo, nel modo che vedremo, un sistema lineare.

Lo schema implicito è stato adottato, nonostante la maggiore difficoltà di risoluzione, perchè, come si vedrà dall'analisi di stabilità, esso assicura l'incondizionata stabilità dello schema numerico. Per risolvere il sistema si procede nel seguente modo: supponiamo che il calcolo sia stato eseguito fino al tempo $n \cdot \Delta\tau$; possiamo allora ricavare dalla (2.3) $\theta_{j+1/2}^{n+1}$ per $j = 1, \dots, N-1$ tenendo conto della condizione al contorno (4.3). A questo punto si può risolvere il sistema costituito dalle (1.3) e dalle condizioni al contorno (4.3) e (5.3). Il sistema (1.3) si può scrivere nella forma

$$(6.3) \quad -A_j \beta_{j+1}^{n+1} + B_j \beta_j^{n+1} - C_j \beta_{j-1}^{n+1} = D_j$$

con

$$A_j = \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} F_{j+1/2}^{n+1} (\xi_{j+1/2} + (R^2)^{n+1})$$

$$\begin{aligned}
 (7.3) \quad B_j &= 1 + \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} \left\{ F_{j+1/2}^{n+1} (\xi_{j+1/2} + (R^2)^{n+1}) + \right. \\
 &\quad \left. + F_{j-1/2}^{n+1} (\xi_{j-1/2} + (R^2)^{n+1}) \right\} \\
 C_j &= \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} F_{j-1/2}^{n+1} (\xi_{j-1/2} + (R^2)^{n+1}) \\
 D_j &= \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} F_{j+1/2}^n (\xi_{j+1/2} + (R^2)^n) \beta_{j+1}^n + \\
 &\quad + \left\{ 1 - \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} \left[F_{j+1/2}^n (\xi_{j+1/2} + (R^2)^n) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - F_{j-1/2}^n (\xi_{j-1/2} + (R^2)^n) \right] \right\} \beta_j^n + \\
 &\quad + \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} F_{j-1/2}^n (\xi_{j-1/2} + (R^2)^n) \beta_{j-1}^n
 \end{aligned}$$

Come si vede A_j, B_j, C_j, D_j , sono funzioni note delle quantità calcolate al tempo $n \cdot \Delta\tau$. Si vede che un sistema del tipo (6.3) (tridiagonale), si può facilmente risolvere purchè siano soddisfatte le condizioni

$$\begin{aligned}
 (8.3) \quad A_j &> 0 & B_j &> 0 & C_j &> 0 \\
 B_j &> A_j + C_j
 \end{aligned}$$

Se si scrive ora

$$(9.3) \quad \beta_j^{n+1} = E_j \beta_{j+1}^{n+1} + F_j$$

con

$$E_j = \frac{A_j}{B_j - C_j E_{j-1}} \quad j > 1$$

$$(10.3) \quad F_j = \frac{D_j + C_j F_{j-1}}{B_j - C_j E_{j-1}} \quad j \geq 1$$

e se tenendo conto delle condizioni al contorno, si calcola:

$$(11.3) \quad E_0 = \frac{2\Delta\tau}{\Delta\xi} (R^2)^{n+1} F_{1/2}^{n+1} \left\{ (R^2)^{n+1} \cdot \left[1 + \frac{2\Delta\tau}{\Delta\xi} F_{1/2}^{n+1} \right] \right\}$$

$$F_0 = \left\{ \left(1 - \frac{2\Delta\tau}{\Delta\xi} F_{1/2}^n \right) (R^2)^n \beta_0^n + \frac{2\Delta\tau}{\Delta\xi} (R^2)^n F_{1/2}^n \beta_1^n \right\} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{(R^2)^{n+1} \cdot \left[1 + \frac{2\Delta\tau}{\Delta\xi} F_{1/2}^{n+1} \right]}$$

si possono ricavare successivamente β_{N-1}^{n+1} , β_{N-2}^{n+1} etc. fino a β_1^{n+1} .
Si noti che, in accordo con quanto si è ricavato nel paragrafo 2, lo schema numerico scelto non fa mai intervenire i valori al contorno della funzione ϑ .

Per quanto riguarda la stabilità di questo schema, seguendo il metodo di Von Neumann - Richtmyer, si suppone di dare una piccola perturbazione allo stato iniziale del sistema, cioè:

$$(12.3) \quad \begin{cases} \beta_j = \beta_0 + \sigma_j \\ \vartheta_j = \vartheta_0 + \varepsilon_j \end{cases}$$

con σ_j e ε_j , quantità piccole rispetto ai valori iniziali β_0 e ϑ_0 .

Nell'analisi di stabilità vengono trascurati i termini di secondo ordine in σ_j e ε_j .

Le equazioni (1.3) e (2.3) nell'ipotesi che valgano le (12.3) e che $F(\vartheta) = \vartheta$ diventano

$$\begin{aligned}
 \sigma_{j+1}^{n+1} - \sigma_j^n &= \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} \left\{ (\varepsilon_{j+1/2}^{n+1} + \theta_0)(\xi_{j+1/2} + (R^2)^{n+1})(\sigma_{j+1}^{n+1} - \sigma_j^{n+1}) \right. \\
 &\quad - (\varepsilon_{j-1/2}^{n+1} + \theta_0)(\xi_{j-1/2} + (R^2)^{n+1})(\sigma_j^{n+1} - \sigma_{j-1}^{n+1}) \\
 (13.3) \quad &\quad + (\varepsilon_{j+1/2}^n + \theta_0)(\xi_{j+1/2} + (R^2)^n)(\sigma_{j+1}^n - \sigma_j^n) \\
 &\quad \left. - (\varepsilon_{j-1/2}^n + \theta_0)(\xi_{j-1/2} + (R^2)^n)(\sigma_j^n - \sigma_{j-1}^n) \right\}
 \end{aligned}$$

$$(14.3) \quad \varepsilon_{j+1/2}^{n+1} - \varepsilon_{j+1/2}^n = 4L^2 \frac{\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} (\varepsilon_{j+1/2}^n + \theta_0)(\xi_{j+1/2} + (R^2)^n)(\sigma_{j+1}^n - \sigma_j^n)^2$$

Da cui semplificando e trascurando gli infinitesimi del secondo ordine si ricava:

$$\begin{aligned}
 \sigma_j^{n+1} - \sigma_j^n &= \frac{2\Delta\tau}{(\Delta\xi)^2} \theta_0 \left\{ (\xi_{j+1/2} + (R^2)^{n+1})\sigma_{j+1}^{n+1} - 2(\xi_j + (R^2)^{n+1})\sigma_j^{n+1} + \right. \\
 (15.3) \quad &\quad + (\xi_{j-1/2} + (R^2)^{n+1})\sigma_{j-1}^{n+1} + (\xi_{j+1/2} + (R^2)^n)\sigma_j^n - \\
 &\quad \left. - 2(\xi_j + (R^2)^n)\sigma_j^n + (\xi_{j-1/2} + (R^2)^n)\sigma_{j-1}^n \right\}
 \end{aligned}$$

$$(16.3) \quad \varepsilon_{j+1/2}^{n+1} - \varepsilon_{j+1/2}^n \approx 0$$

Ciò significa che, nell'approssimazione in cui ci si è posti, si possono fare considerazioni di stabilità semplicemente sull'equazione in β , considerando θ come costante. Dato che per l'equazione parabolica in β si è adottato uno schema implicito che risulta incondizionatamente stabile lo schema complessivo si può considerare stabile.

È chiaro che si tratta di un'analisi di stabilità euristica non solo per la linearizzazione delle equazioni, ma anche perchè non si è tenuto conto delle condizioni al contorno. Ciononostante il risultato ottenuto è stato verificato dalle prove numeriche, almeno quando per la condizione al contorno, si è adottata una discretizzazione di tipo implicito come nella (5.3)

Se tuttavia, per essere più aderenti alla natura del problema, cioè per tener conto delle considerazioni fatte al paragrafo 2, si usa una discretizzazione di tipo esplicito:

$$(17.3) \quad \frac{(R^2)^{n+1} \beta_0^{n+1} - (R^2)^n \beta_0^n}{\Delta\tau} = 4 \left\{ (R^2)^n F_{1/2}^n \frac{\beta_1^n - \beta_0^n}{\Delta\xi} \right\}$$

per valori di $\Delta\tau$ troppo grandi si possono presentare delle instabilità sul contorno che poi si ripercuotono su tutta la regione in cui è eseguito il calcolo.

Più precisamente, se usiamo la (17.3) ci si può aspettare che $\Delta\xi$ e $\Delta\tau$ debbano soddisfare alla condizione di stabilità:

$$(18.3) \quad \Delta\tau < \frac{\Delta\xi}{4 F(\theta)}$$

Come si vedrà più diffusamente in seguito, i $\Delta\xi$ necessari ad una trattazione accurata di questo problema, sono molto piccoli (dell'ordine di 10^{-6}). Se si è costretti ad applicare la condizione (18.3), anche i $\Delta\tau$ usati devono essere molto piccoli e quindi il tempo di calcolo per arrivare a $\tau = \frac{1}{k}$ diviene molto elevato. In generale la (17.3) non è stata quindi adottata anche se, nel caso in cui valga il segno di uguaglianza, cioè

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\xi}{4 F(\theta)}$$

essa approssima molto bene la (4.1). In quest'ipotesi infatti la (17.3) diviene:

$$(R^2)^{n+1} \beta_0^{n+1} = (R^2)^n \beta_1^n$$

il che equivale a dire che il valore di $R^2\beta$ sul contorno è trasportato costante lungo le rette di inclinazione:

$$\frac{\Delta\xi}{\Delta\tau} = -4 F(\theta)$$

4. Trasformazioni di coordinate e risoluzione numerica

Dai primi risultati numerici, ottenuti applicando lo schema alle differenze finite del paragrafo 3, si sono potute notare due cose importanti, ai fini di una trattazione corretta del problema. La prima è che le variazioni sensibili di β e ϑ rispetto al valore iniziale si hanno solamente ad una distanza relativamente piccola dalla parete del liner $\xi = 0$.

La regione di liner interessata varia naturalmente al variare del parametro k , che è proporzionale alla velocità con cui il cilindro conduttore viene spinto verso l'origine. Ciò dipende dal fatto che, quanto minore è la velocità con cui viene compresso il campo magnetico, tanto maggiore è la regione del liner in cui il campo magnetico può diffondere. Pertanto, a seconda del valore di k , è possibile imporre la condizione al contorno (5.1) anziché per $\xi \rightarrow \infty$, per valori di $\xi \leq 1$.

La seconda cosa importante è che il comportamento della soluzione per $\tau \rightarrow 1/k$ è molto sensibile alla scelta del passo $\Delta\xi$ e che, a causa della singolarità delle equazioni per $\tau \rightarrow 1/k$, per ottenere dei risultati attendibili, bisogna fare uso di passi $\Delta\xi$ molto piccoli. Ci si è accorti di questo fatto facendo dei calcoli in cui i passi $\Delta\xi$ erano successivamente dimezzati e osservando come la soluzione fosse estremamente sensibile a queste variazioni. Il fenomeno più indicativo è stato il fatto che nel caso $F(\vartheta) = 1$ per $\tau \rightarrow 1/k$ i valori in prossimità del contorno cominciano a crescere molto rapidamente e in modo da produrre una discontinuità molto marcata della derivata prima di β .

Per esempio :

$$\text{per } k = 100, 0 \leq \xi \leq 0.6, \Delta y = 3 \cdot 10^{-3}$$

e	$t = k\tau = 0.98$	
in	$x = 0$	$\beta = 6.24 \cdot 10^2$
	$x = 1.2 \cdot 10$	$\beta = 1.88 \cdot 10$
	$x = 2.4 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 8.75$

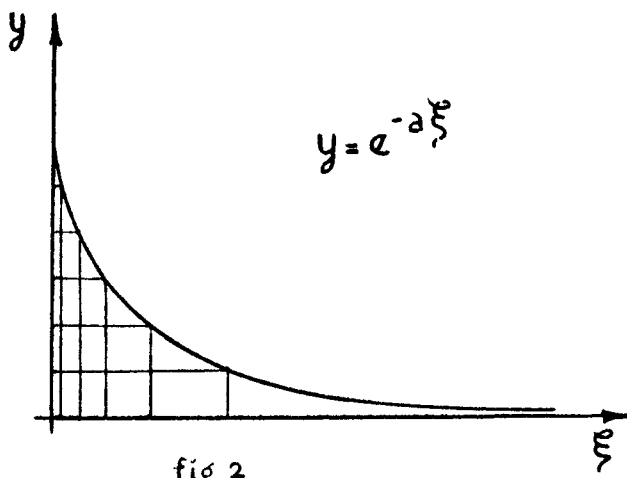
Questo comportamento è tanto più accentuato e comincia a tempi tanto più piccoli, quanto meno il reticolo è fitto. Rimane quindi mascherato il vero andamento di β e ϑ in prossimità dell'origine che, per il problema fisico, è molto importante conoscere.

D'altra parte, per ragioni pratiche (tempo di calcolo e memoria del calcolatore) non è possibile usare dei $\Delta\xi$ molto piccoli ($\leq 10^{-4}$) in tutto l'intervallo dalla ξ che interessa. Non è neppure conveniente adottare una suddivisione con valori di $\Delta\xi$ diversi in zone differenti dell'intervallo, per esempio:

$$\begin{aligned} \Delta\xi &= 10^{-5} & 0 \leq \xi \leq \xi_1 \\ \Delta\xi &= 10^{-4} & \xi_1 \leq \xi \leq \xi_2 \\ \Delta\xi &= 10^{-3} & \xi_2 \leq \xi \leq \xi_3 \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Infatti, se lo schema numerico è di tipo implicito, questo espediente comporta delle notevoli difficoltà nella risoluzione delle (1.1) e (2.1), se si vuole che le differenze spaziali siano sempre ben centrate. Se d'altra parte si introduce uno schema esplicito, per semplificare il passaggio da una regione all'altra, c'è però la difficoltà che $\Delta\tau$ deve essere scelto in modo da soddisfare alla condizione di stabilità (cioè $\Delta\tau \sim (\Delta\xi)^2$) e, se $\Delta\xi$ è scelto piccolo in certe regioni, $\Delta\tau$ è di conseguenza così piccolo che il tempo di calcolo diventa molto grande.

Si è pensato allora ad un cambiamento della variabile indipendente, tale da trasformare l'intervallo $(0, \infty)$ nell'intervallo $(1, 0)$ e tale che, a variazioni costanti della nuova variabile indipendente, corrispondano $\Delta\xi$ molto piccoli in prossimità di $\xi = 0$ e via via sempre più grandi per $\xi \rightarrow \infty$ (fig. 2)



Una trasformazione di questo tipo può essere

$$(1.4) \quad y = e^{-a\xi} \quad a > 1$$

la quale porta a valori $\Delta\xi$ tanto più piccoli per $\xi \rightarrow 0$ quanto più grande è il valore di a . Come si vede per $y \rightarrow 0$, $\Delta\xi \rightarrow \infty$. Tuttavia se si divide in 100 parti l'intervallo $0 \leq y \leq 1$, per valori di a tali che in prossimità di $\xi = 0$ sia $\Delta\xi \leq 10^{-5}$, questa funzione taglia praticamente tutti i valori di ξ maggiori di 10^{-2} . In altre parole tutto l'intervallo, da $\xi \approx 10^{-2} a$ $\xi \rightarrow \infty$, corrisponde ad un solo Δy .

Si è allora cercata una trasformazione che presenti i vantaggi della funzione esponenziale per $\xi \rightarrow 0$, ma ne attenui i difetti per $\xi \rightarrow \infty$. Si è scelta infine la funzione:

$$(2.4) \quad y = \frac{1}{(1+b\xi)^r} = f(\xi) \quad r > 0, b > 0$$

Infatti $y'(0) = -r.b$, mentre per la trasformazione (1.4) $y'(0) = -a$, quindi il comportamento delle due funzioni nell'intorno dell'origine è uguale pur di scegliere $r.b = a$.

D'altra parte la (2.4) riduce molto meno della funzione esponenziale l'intervallo utilizzabile. Ciò si può vedere dalle tabulazioni eseguite per la funzione (1.4) e per la (2.4) al variare dei parametri a, r, b . (Tab. 1 - 2)

Scriviamo ora il sistema (1.1) e (2.1) con le condizioni (3.1), (4.1) e (5.1) supponendo di introdurre, nella maniera vista, una nuova variabile spaziale

$$y = f(\xi)$$

e, per comodità, anche la nuova variabile temporale

$$(3.4) \quad t = k\tau$$

Introducendo poi la funzione

$$(4.4) \quad W(y, t) = \xi(y) + R^2(t)$$

osservando che

$$\frac{dy}{d\xi} = \frac{df[\xi(y)]}{d\xi} = \varphi(y)$$

e quindi

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \frac{dy}{d\xi} = \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \varphi(y)$$

le equazioni diventano:

$$(5.4) \quad \beta_t = \frac{h}{k} \varphi(y) [F(\theta) \varphi(y) W(y, t) \beta_y]_y$$

$$(6.4) \quad \theta_t = \frac{4L^2}{k} \varphi^2(y) F(\theta) W(y, t) \beta_y^2$$

con le condizioni

$$(7.4) \quad (R^2 \beta)_t = \frac{h}{k} \varphi(y) R^2 F(\theta) \beta_y \quad \text{per } y = 1$$

$$(8.4) \quad \beta(t, 0) = 1$$

$$(9.4) \quad \beta(0, y) = \theta(0, y) = 1$$

Lo schema alle differenze finite in completa analogia colle (1.3), (2.3), (3.3), (4.3) e (5.3) è :

$$(10.4) \quad \frac{\beta_j^{n+1} - \beta_j^n}{\Delta t} = \frac{h}{k} \varphi_j \frac{1}{2\Delta y} \left\{ F_{j+1/2}^{n+1} \varphi_{j+1/2} W_{j+1/2}^{n+1} \frac{\beta_{j+1}^{n+1} - \beta_j^{n+1}}{\Delta y} - \right. \\ \left. - F_{j-1/2}^{n+1} \varphi_{j-1/2} W_{j-1/2}^{n+1} \frac{\beta_j^{n+1} - \beta_{j-1}^{n+1}}{\Delta y} + F_{j+1/2}^n \varphi_{j+1/2} \right. \\ \left. W_{j+1/2}^n \frac{\beta_{j+1}^n - \beta_j^n}{\Delta y} - F_{j-1/2}^n \varphi_{j-1/2} W_{j-1/2}^n \frac{\beta_j^n - \beta_{j-1}^n}{\Delta y} \right\}$$

$$(11.4) \quad \frac{\theta_{j+1/2}^{n+1} - \theta_{j+1/2}^n}{\Delta t} = \frac{4L^2}{k} \left(\varphi_{j+1/2} \right)^2 F_{j+1/2}^n W_{j+1/2}^n \left(\frac{\beta_{j+1}^n - \beta_j^n}{\Delta y} \right)^2$$

Con le condizioni al contorno e iniziali

$$(12.4) \quad \frac{(R^2)^{n+1} \beta_N^{n+1} - (R^2)^n \beta_N^n}{\Delta t} = \frac{4}{k} \varphi_N \frac{1}{2} \left\{ (R^2)^{n+1} F_{N-1/2}^{n+1} \frac{\beta_N^{n+1} - \beta_{N-1}^{n+1}}{\Delta y} - \right. \\ \left. - (R^2)^n F_{N-1/2}^n \frac{\beta_N^n - \beta_{N-1}^n}{\Delta y} \right\}$$

$$(13.4) \quad \beta_0^n = 1$$

$$(14.4) \quad \beta_j^0 = \theta_j^0 = 1$$

5. Risultati

Il problema è stato trattato numericamente per vari valori dei parametri k e L nei due casi:

$F(\phi) = 1$ equazioni disaccoppiate

$F(\phi) = \phi$ equazioni accoppiate

e precisamente:

$F(\phi) = 1$	K	10	50	100			
	L	1	1	1			
$F(\phi) = \phi$	K	50	50	50	1000	1000	10000
	L	10^{-2}	10^{-1}	1	10^{-2}	10^{-1}	10^{-1}

Per giudicare sull'attendibilità dei risultati si è dovuto cercare un test, cioè il calcolo di una grandezza il cui valore, per ragioni fisiche, fosse noto. Il test più semplice è parso il calcolo dell'espressione:

$$\Phi(\tau) = \int_0^{\infty} (\beta(\xi, \tau) - 1) d\xi + R^2(k\tau) \cdot \beta(0, \tau)$$

che, com'è noto, essendo il flusso totale del campo magnetico, deve mantenersi costante (nel nostro caso uguale a uno).

Questo test ha permesso di constatare l'importanza della scelta dei parametri r e b nella trasformazione (2.4).

Nel caso disaccoppiato, per esempio, che è sempre il più difficile da trattare, in quanto la funzione β continua a crescere per la compressione del flusso magnetico, e solo per tempi molto prossimi a $1/k$ incomincia a risentire dell'effetto della diffusione attrverso il liner, è importante che il passo $\Delta\xi$ in prossimità del punto $\xi = 0$ sia molto piccolo ($< 10^{-6}$). Infatti, come si è già detto, per $\tau = \frac{1}{k}$ le equazioni presentano una singolarità e in prossimità di questo valore di τ si devono usare dei passi

spaziali e temporali molto piccoli se si vuole che l'effetto della singolarità non si faccia sentire troppo presto, mascherando il vero andamento della funzione β sul contorno.

Nello stesso tempo però è necessario che l'intervallo della ξ in cui viene effettivamente eseguito il calcolo sia tale da tener conto di tutti i punti del liner in cui si ha una perturbazione delle grandezze β e θ . La grandezza dell'intervallo della ξ da utilizzare nel calcolo si può valutare definendo delle opportune grandezze caratteristiche che dipendono dal valore di k e rappresentano il rapporto fra i valori della funzione β e delle sue derivate prima e seconda [4].

E' molto più facile seguire l'andamento del fenomeno nel caso in cui le equazioni sono accoppiate, in quanto β comincia a risentire molto prima della diffusione attraverso il liner e presenta un massimo ben marcato.

Nei casi $F(\theta) = 1$ si è trovato un massimo nei valori al contorno di β per valori di k dell'ordine di 100. Per valori di k superiori, il massimo si trova probabilmente per tempi τ così prossimi a $1/k$ che la singolarità non permette di mettere in luce tale andamento.

D'altra parte, non si può spingere oltre un certo limite la riduzione dei $\Delta\xi$. Infatti, se da una parte si possono scegliere dei valori molto grandi del prodotto $r \cdot b$ nella (2.4) (fino all'ordine di 10^5), si è però costretti, per non avere un'intervallo effettivo della ξ troppo piccolo, a scegliere valori di r tanto più piccoli quanto maggiore è b . Tuttavia se ad esempio $r < 0.3$, l'intervallo della ξ in cui si esegue il calcolo è grande, ma non permette lo stesso una trattazione accurata, in quanto si ha una grande concentrazione di punti in vicinanza dell'origine, ma pochi punti con $\Delta\xi$ molto grandi, in buona parte della zona in cui è ancora importante la variazione di β e θ .

Nel seguito sono presentati, per vari valori di k e nei due casi $F(\theta) = 1$ e $F(\theta) = \theta$, grafici e tabulazioni dell'andamento delle funzioni incognite sulla parete interna del liner, al variare del tempo, oppure dell'andamento di queste stesse funzioni ad un generico tempo t nei punti interni al liner, cioè al variare della coordinata lagrangiana ξ .

I simboli usati sono i seguenti:

T	t
TAU	τ
DT	Δt
R	R
X	ξ
Y	y
DO	r (coordinata euleriana)
B	β
Z	θ
FI	$f(\xi, t) = \int_0^{\xi} (\beta-1) d\xi$
FT	$\phi(t)$

X1, X2, X3, X4, X5 nelle prime due tabulazioni corrispondono a ξ rispettivamente nelle trasformazioni di coordinate $y = e^{-b\xi}$ e $y = \frac{1}{(1+b\xi)^r}$ con $r = 2, 1, 0.5, 0.4$.

Bibliografia

- 1) R. Courant - D. Hilbert : "Methods of mathematical physics"
Vol.II Interscience Publishers, 1962
- 2) R.D. Richtmyer : "Difference methods for initial-value problems"
Interscience Publishers 1957
- 3) G. Lehner - J.G. Linhart - J.P. Somon : "Limitations on magnetic fields obtained by flux compression".
Nuclear Fusion 4 (1964) ppg.362-379
- 4) J.P. Somon : "Magnetic fields obtained by flux compression -
Limitation due to the diffusion of the field". Rapporto Interno del Laboratorio Gas Ionizzati Euratom-Cnen (1965).
In corso di stampa.

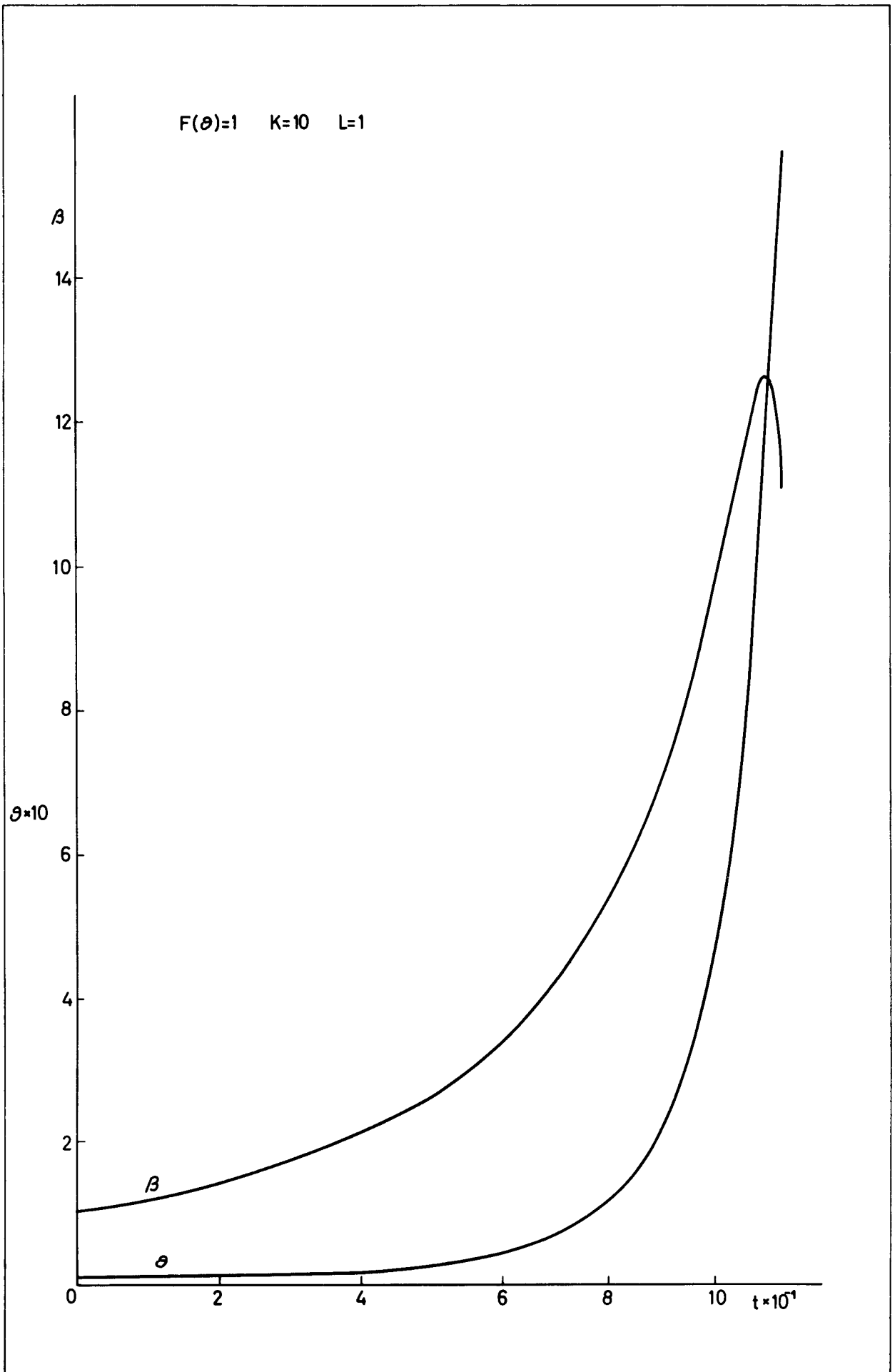


Fig. 3 : Andamento di β e θ sulla parete interna del liner in funzione del tempo in un caso di equazioni disaccoppiate.

T	R	B	Z	FT
-0.	1.0000E 00	1.0000E 00	1.0000E 00	1.0000 00
4.0000E -02	9.6000E -01	1.0814E 00	1.0037E 00	9.9998E -01
8.0000E -02	9.2000E -01	1.1700E 00	1.0170E 00	9.9991E -01
1.2000E -01	8.8000E -01	1.2680E 00	1.0425E 00	9.9981E -01
1.6000E -01	8.4000E -01	1.3773E 00	1.0838E 00	9.9968E -01
2.0000E -01	8.0000E -01	1.5000E 00	1.1461E 00	9.9950E -01
2.4000E -01	7.6000E -01	1.6387E 00	1.2354E 00	9.9930E -01
2.8000E -01	7.2000E -01	1.7966E 00	1.3606E 00	9.9908E -01
3.2000E -01	6.8000E -01	1.9778E 00	1.5336E 00	9.9885E -01
3.6000E -01	6.4000E -01	2.1873E 00	1.7710E 00	9.9861E -01
4.0000E -01	6.0000E -01	2.4316E 00	2.0986E 00	9.9834E -01
4.4000E -01	5.6000E -01	2.7193E 00	2.5529E 00	9.9803E -01
4.8000E -01	5.2000E -01	3.0616E 00	3.1880E 00	9.9765E -01
5.2000E -01	4.8000E -01	3.4740E 00	4.0857E 00	9.9725E -01
5.6000E -01	4.4000E -01	3.9781E 00	5.3751E 00	9.9681E -01
6.0000E -01	4.0000E -01	4.6041E 00	7.2699E 00	9.9633E -01
6.4000E -01	3.6000E -01	5.3967E 00	1.0130E 01	9.9578E -01
6.8000E -01	3.2000E -01	6.4233E 00	1.4597E 01	9.9518E -01
7.2000E -01	2.8000E -01	7.7906E 00	2.1874E 01	9.9450E -01
7.6000E -01	2.4000E -01	9.6763E 00	3.4401E 01	9.9372E -01
8.0000E -01	2.0000E -01	1.2239E 01	5.7583E 01	9.9281E -01
8.4000E -01	1.6000E -01	1.6556E 01	8.0488E 02	9.9177E -01
8.8000E -01	1.2000E -01	2.3550E 01	1.1600E 02	9.9051E -01
9.2000E -01	8.0000E -02	3.6559E 01	1.6281E 02	9.8950E -01
9.6000E -01	4.0000E -02	5.8601E 01	2.1630E 02	9.8885E -01
1.0000E -01	0.0000E -02	8.6375E 01	2.9963E 02	9.8815E -01
1.4000E -01	0.0000E -02	1.2627E 01	4.4386E 03	9.8766E -01
1.8000E -01	0.0000E -02	1.8837E 01	6.5291E 03	9.8759E -01
2.2000E -01	0.0000E -02	2.7476E 01	9.6270E 03	9.8751E -01
2.6000E -01	0.0000E -02	4.0489E 01	1.4732E 04	9.8744E -01
3.0000E -01	0.0000E -02	5.9800E 01	2.1847E 04	9.8736E -01
3.4000E -01	0.0000E -02	8.5555E 01	3.2972E 04	9.8729E -01
3.8000E -01	0.0000E -02	1.2181E 02	5.1088E 04	9.8721E -01
4.2000E -01	0.0000E -02	1.7875E 02	7.2567E 04	9.8714E -01
4.6000E -01	0.0000E -02	2.6311E 02	1.0418E 05	9.8706E -01
5.0000E -01	0.0000E -02	3.9293E 02	1.5954E 05	9.8699E -01
5.4000E -01	0.0000E -02	5.6666E 02	2.3789E 05	9.8691E -01
5.8000E -01	0.0000E -02	8.1577E 02	3.5002E 05	9.8684E -01
6.2000E -01	0.0000E -02	1.1949E 03	5.1172E 05	9.8681E -01
6.6000E -01	0.0000E -02	1.7774E 03	7.2374E 05	9.8677E -01
7.0000E -01	0.0000E -02	2.6313E 03	1.0363E 06	9.8673E -01
7.4000E -01	0.0000E -02	3.8521E 03	1.4965E 06	9.8670E -01
7.8000E -01	0.0000E -02	5.5947E 03	2.1636E 06	9.8666E -01
8.2000E -01	0.0000E -02	8.0408E 03	3.1783E 06	9.8663E -01
8.6000E -01	0.0000E -02	1.1690E 04	4.6377E 06	9.8660E -01
9.0000E -01	0.0000E -02	1.6338E 04	6.7006E 06	9.8656E -01
9.4000E -01	0.0000E -02	2.3009E 04	9.7274E 06	9.8653E -01
9.8000E -01	0.0000E -02	3.3618E 04	1.4053E 07	9.8650E -01
1.0000E -01	0.0000E -02	4.9266E 04	2.0644E 07	9.8647E -01
1.4000E -01	0.0000E -02	7.0666E 04	2.9864E 07	9.8644E -01
1.8000E -01	0.0000E -02	1.0157E 05	4.3002E 07	9.8641E -01
2.2000E -01	0.0000E -02	1.4449E 05	6.0604E 07	9.8638E -01
2.6000E -01	0.0000E -02	2.0044E 05	8.2862E 07	9.8636E -01
3.0000E -01	0.0000E -02	2.8293E 05	1.1817E 08	9.8634E -01
3.4000E -01	0.0000E -02	3.9855E 05	1.6666E 08	9.8633E -01
3.8000E -01	0.0000E -02	5.5978E 05	2.3481E 08	9.8632E -01
4.2000E -01	0.0000E -02	7.8272E 05	3.3135E 08	9.8631E -01
4.6000E -01	0.0000E -02	1.0877E 06	4.6152E 08	9.8629E -01
5.0000E -01	0.0000E -02	1.5066E 06	6.5299E 08	9.8628E -01
5.4000E -01	0.0000E -02	2.0859E 06	9.2443E 08	9.8627E -01
5.8000E -01	0.0000E -02	2.9566E 06	1.3066E 09	9.8626E -01
6.2000E -01	0.0000E -02	4.1054E 06	1.8534E 09	9.8625E -01
6.6000E -01	0.0000E -02	5.6333E 06	2.6150E 09	9.8624E -01
7.0000E -01	0.0000E -02	7.7522E 06	3.7081E 09	9.8623E -01
7.4000E -01	0.0000E -02	1.0735E 07	5.1530E 09	9.8622E -01
7.8000E -01	0.0000E -02	1.4553E 07	7.1298E 09	9.8621E -01
8.2000E -01	0.0000E -02	2.0054E 07	9.9120E 09	9.8620E -01
8.6000E -01	0.0000E -02	2.7555E 07	1.3799E 10	9.8619E -01
9.0000E -01	0.0000E -02	3.8056E 07	1.9335E 10	9.8619E -01
9.4000E -01	0.0000E -02	5.2272E 07	2.6988E 10	9.8617E -01
9.8000E -01	0.0000E -02	7.1595E 07	3.7610E 10	9.8617E -01
1.0000E -01	0.0000E -02	9.8600E 07	5.1099E 10	9.8617E -01
1.4000E -01	0.0000E -02	1.3616E 08	7.0295E 10	9.8616E -01
1.8000E -01	0.0000E -02	1.8626E 08	9.6550E 10	9.8616E -01
2.2000E -01	0.0000E -02	2.5361E 08	1.3287E 11	9.8616E -01
2.6000E -01	0.0000E -02	3.4660E 08	1.8270E 11	9.8616E -01
3.0000E -01	0.0000E -02	4.7558E 08	2.5270E 11	9.8616E -01
3.4000E -01	0.0000E -02	6.5544E 08	3.4028E 11	9.8616E -01
3.8000E -01	0.0000E -02	8.9480E 08	4.6291E 11	9.8616E -01
4.2000E -01	0.0000E -02	1.2284E 09	6.3561E 11	9.8616E -01
4.6000E -01	0.0000E -02	1.6940E 09	8.7016E 11	9.8616E -01
5.0000E -01	0.0000E -02	2.3415E 09	1.1983E 12	9.8616E -01
5.4000E -01	0.0000E -02	3.1766E 09	1.6526E 12	9.8616E -01
5.8000E -01	0.0000E -02	4.3098E 09	2.2839E 12	9.8616E -01
6.2000E -01	0.0000E -02	5.8176E 09	3.1525E 12	9.8616E -01
6.6000E -01	0.0000E -02	7.8250E 09	4.3237E 12	9.8616E -01
7.0000E -01	0.0000E -02	1.0519E 10	5.9358E 12	9.8616E -01
7.4000E -01	0.0000E -02	1.4118E 10	8.1203E 12	9.8616E -01
7.8000E -01	0.0000E -02	1.9019E 10	1.1037E 13	9.8616E -01
8.2000E -01	0.0000E -02	2.5634E 10	1.5268E 13	9.8616E -01
8.6000E -01	0.0000E -02	3.4480E 10	2.0766E 13	9.8616E -01
9.0000E -01	0.0000E -02	4.6434E 10	2.8433E 13	9.8616E -01
9.4000E -01	0.0000E -02	6.1800E 10	3.9099E 13	9.8616E -01
9.8000E -01	0.0000E -02	8.2217E 10	5.3175E 13	9.8616E -01
1.0000E -01	0.0000E -02	1.1022E 11	7.1475E 13	9.8616E -01
1.4000E -01	0.0000E -02	1.5022E 11	9.6988E 13	9.8616E -01
1.8000E -01	0.0000E -02	2.0227E 11	1.3217E 14	9.8616E -01
2.2000E -01	0.0000E -02	2.7228E 11	1.8069E 14	9.8616E -01
2.6000E -01	0.0000E -02	3.6669E 11	2.4781E 14	9.8616E -01
3.0000E -01	0.0000E -02	4.9217E 11	3.3422E 14	9.8616E -01
3.4000E -01	0.0000E -02	6.5969E 11	4.5472E 14	9.8616E -01
3.8000E -01	0.0000E -02	8.8181E 11	6.1612E 14	9.8616E -01
4.2000E -01	0.0000E -02	1.1800E 12	8.3477E 14	9.8616E -01
4.6000E -01	0.0000E -02	1.5816E 12	1.1380E 15	9.8616E -01
5.0000E -01	0.0000E -02	2.1250E 12	1.5662E 15	9.8616E -01
5.4000E -01	0.0000E -02	2.8670E 12	2.1508E 15	9.8616E -01
5.8000E -01	0.0000E -02	3.8645E 12	2.9482E 15	9.8616E -01
6.2000E -01	0.0000E -02	5.1833E 12	4.0133E 15	9.8616E -01
6.6000E -01	0.0000E -02	7.0000E 12	5.4375E 15	9.8616E -01
7.0000E -01	0.0000E -02	9.3445E 12	7.3800E 15	9.8616E -01
7.4000E -01	0.0000E -02	1.2463E 13	1.0098E 16	9.8616E -01
7.8000E -01	0.0000E -02	1.6715E 13	1.3923E 16	9.8616E -01
8.2000E -01	0.0000E -02	2.2417E 13	1.8612E 16	9.8616E -01
8.6000E -01	0.0000E -02	2.9969E 13	2.5478E 16	9.8616E -01
9.0000E -01	0.0000E -02	4.0000E 13	3.4400E 16	9.8616E -01
9.4000E -01	0.0000E -02	5.3660E 13	4.6475E 16	9.8616E -01
9.8000E -01	0.0000E -02	7.2222E 13	6.2860E 16	9.8616E -01
1.0000E -01	0.0000E -02	9.6667E 13	8.5555E 16	9.8616E -01
1.4000E -01	0.0000E -02	1.3000E 14	1.1556E 17	9.8616E -01
1.8000E -01	0.0000E -02	1.7333E 14	1.5778E 17	9.8616E -01
2.2000E -01	0.0000E -02	2.3111E 14	2.1556E 17	9.8616E -01
2.6000E -01	0.0000E -02	3.0667E 14	2.9333E 17	9.8616E -01
3.0000E -01	0.0000E -02	4.0667E 14	3.9667E 17	9.8616E -01
3.4000E -01	0.0000E -02	5.4000E 14	5.3333E 17	9.8616E -01
3.8000E -01	0.0000E -02	7.1667E 14	7.2000E 17	9.8616E -01
4.2000E -01	0.0000E -02	9.5000E 14	9.7333E 17	9.8616E -01
4.6000E -01	0.0000E -02	1.2667E 15	1.3111E 18	9.8616E -01
5.0000E -01	0.0000E -02	1.7000E 15	1.7778E 18	9.8616E -01
5.4000E -01	0.0000E -02	2.2667E 15	2.4000E 18	9.8616E -01
5.8000E -01	0.0000E -02	3.0000E 15	3.2000E 18	9.8616E -01
6.2000E -01	0.0000E -02	4.0000E 15	4.3000E 18	9.8616E -01
6.6000E -01	0.0000E -02	5.3333E 15	5.7778E 18	9.8616E -01
7.0000E -01	0.0000E -02	7.1667E 15	7.8000E 18	9.8616E -01
7.4000E -01	0.0000E -02	9.6000E 15	1.0600E 19	9.8616E -01
7.8000E -01	0.0000E -02	1.2800E 16	1.4400E 19	9.8616E -01
8.2000E -01	0.0000E -02	1.7333E 16	1.9600E 19	9.8616E -01
8.6000E -01	0.0000E -02	2.3000E 16	2.6667E 19	9.8616E -01
9.0000E -01	0.0000E -02	3.0667E 16	3.6000E 19	9.8616E -01
9.4000E -01	0.0000E -02	4.0667E 16	4.8667E 19	9.8616E -01
9.8000E -01	0.0000E -02	5.4000E 16	6.5333E 19	9.8616E -01
1.0000E -01	0.0000E -02	7.2222E 16	8.8000E 19	9.8616E -01
1.4000E -01	0.0000E -02	9.6667E 16	1.1867E 20	9.8616E -01
1.8000E -01	0.0000E -02	1.3000E 17	1.6000E 20	9.8616E -01
2.2000E -01	0.0000E -02	1.7333E 17	2.1600E 20	9.8616E -01
2.6000E -01	0.0000E -02	2.3000E 17	2.9333E 20	9.8616E -01
3.0000E -01	0.0000E -02	3.0667E 17	3.9667E 20	9.8616E -01
3.4000E -01	0.0000E -02	4.0667E 17	5.3333E 20	9.8616E -01
3.8000E -01	0.0000E -02	5.4000E 17	7.2000E 20	9.8616E -01
4.2000E -01	0.0000E -02	7.2222E 17	9.7333E 20	9.8616E -01
4.6000E -01	0.0000E -02	9.6667E 17	1.3111E 21	9.8616E -01
5.0000E -01	0.0000E -02	1.3000E 18	1.7778E 21	9.8616E -01
5.4000E -01	0.0000E -02	1.7333E 18	2.4000E 21	9.8616E -01
5.8000E -01	0.0000E -02	2.3000E 18	3.2000E 21	9.8616E -01
6.2000E -01	0.0000E -02	3.0667E 18	4.3000E 21	9.8616E

T = 9.8850E-01

TAU = 1.9770E-02

DT = 10.0000E-05

R = 1.1502E-02

X	Y	D0	B	Z	FI
1.0000E 38	0.	1.0000E 19	1.0000E 00	1.0000E 00	9.6994E-01
3.5700E-01	2.0000E-02	5.9761E-01	1.1212E 00	1.0493E 00	9.4516E-01
8.9143E-02	4.0000E-02	2.9879E-01	2.9729E 00	3.6503E 00	7.9444E-01
3.9540E-02	6.0000E-02	1.9918E-01	6.2822E 00	1.7061E 01	6.3555E-01
2.2179E-02	8.0000E-02	1.4937E-01	1.0373E 01	4.9319E 01	5.1399E-01
9.7778E-03	1.2000E-01	9.9549E-02	1.9437E 01	1.8629E 02	3.5203E-01
5.4375E-03	1.6000E-01	7.4631E-02	2.8477E 01	4.1933E 02	2.5590E-01
3.4286E-03	2.0000E-01	5.9673E-02	3.6924E 01	7.3089E 02	1.9297E-01
2.3373E-03	2.4000E-01	4.2995E-02	4.4648E 01	1.0991E 03	1.4983E-01
1.6793E-03	2.8000E-01	3.2000E-02	5.1674E 01	1.4905E 03	1.1892E-01
1.2522E-03	3.2000E-01	2.7209E-02	5.8075E 01	1.9366E 03	9.5969E-02
7.5904E-04	3.6000E-01	2.3041E-02	6.3935E 01	2.3800E 03	7.8429E-02
4.5004E-04	4.0000E-01	2.9703E-02	6.9330E 01	2.8325E 03	6.4701E-02
2.9504E-04	4.4000E-01	2.6969E-02	7.4327E 01	3.2866E 03	5.3735E-02
1.7718E-04	4.8000E-01	2.4687E-02	7.8982E 01	3.7380E 03	4.4825E-02
1.2857E-04	5.2000E-01	2.2368E-02	8.1197E 01	4.1962E 03	3.8098E-02
8.8546E-04	5.6000E-01	2.0275E-02	8.3344E 01	4.6605E 03	3.2747E-02
4.4705E-04	6.0000E-01	1.8394E-02	8.5428E 01	5.1308E 03	2.8337E-02
3.1268E-04	6.4000E-01	1.6709E-02	8.7453E 01	5.6072E 03	2.4837E-02
2.2181E-04	6.8000E-01	1.5234E-02	8.9134E 01	6.0899E 03	2.2149E-02
2.5397E-04	7.2000E-01	1.3953E-02	9.1340E 01	6.5785E 03	2.0049E-02
2.2878E-04	7.6000E-01	1.2802E-02	9.3210E 01	7.0730E 03	1.8449E-02
1.0592E-04	8.0000E-01	1.1839E-02	9.5036E 01	7.5735E 03	1.7220E-02
1.8510E-04	8.4000E-01	1.7215E-02	9.6819E 01	8.0799E 03	1.6444E-02
1.6609E-04	8.8000E-01	1.7274E-02	9.8562E 01	8.5922E 03	1.5906E-02
1.4869E-04	9.2000E-01	1.6762E-02	1.0027E 02	9.1111E 03	1.5494E-02
1.3272E-04	9.6000E-01	1.6279E-02	1.0194E 02	9.6340E 03	1.4594E-02
1.1802E-04	1.0000E-01	1.5821E-02	1.0358E 02	1.0194E 04	1.3099E-02
1.0447E-04	7.6000E-01	1.5387E-02	1.0519E 02	1.0751E 04	1.1698E-02
9.1951E-05	7.8000E-01	1.4975E-02	1.0677E 02	1.1317E 04	1.0384E-02
8.0357E-05	8.0000E-01	1.4582E-02	1.0832E 02	1.1894E 04	9.1483E-03
6.9601E-05	8.2000E-01	1.4209E-02	1.0984E 02	1.2482E 04	7.9858E-03
5.9605E-05	8.4000E-01	1.3853E-02	1.1134E 02	1.3081E 04	6.8902E-03
5.0297E-05	8.6000E-01	1.3512E-02	1.1284E 02	1.3691E 04	5.8563E-03
4.1617E-05	8.8000E-01	1.3187E-02	1.1428E 02	1.4312E 04	4.8793E-03
3.3910E-05	9.0000E-01	1.2876E-02	1.1571E 02	1.4954E 04	3.9551E-03
2.5925E-05	9.2000E-01	1.2578E-02	1.1713E 02	1.5607E 04	3.0796E-03
1.8819E-05	9.4000E-01	1.2293E-02	1.1853E 02	1.6271E 04	2.2494E-03
1.2153E-05	9.6000E-01	1.2018E-02	1.1991E 02	1.6946E 04	1.4613E-03
5.8904E-06	9.8000E-01	1.1755E-02	1.2127E 02	1.7632E 04	7.1243E-04
0.	10.0000E-01	1.1502E-02	1.2262E 02	1.8329E 04	0.

Tab. 4 : Valoti di β , θ e della $f = \int_0^\xi (\beta-1)d\xi$ in funzione di ξ , y e della coordinate euleriana al tempo $t = 9.885 \cdot 10^{-1}$, nel caso disaccoppiato $K = 50$, $L = 1$.

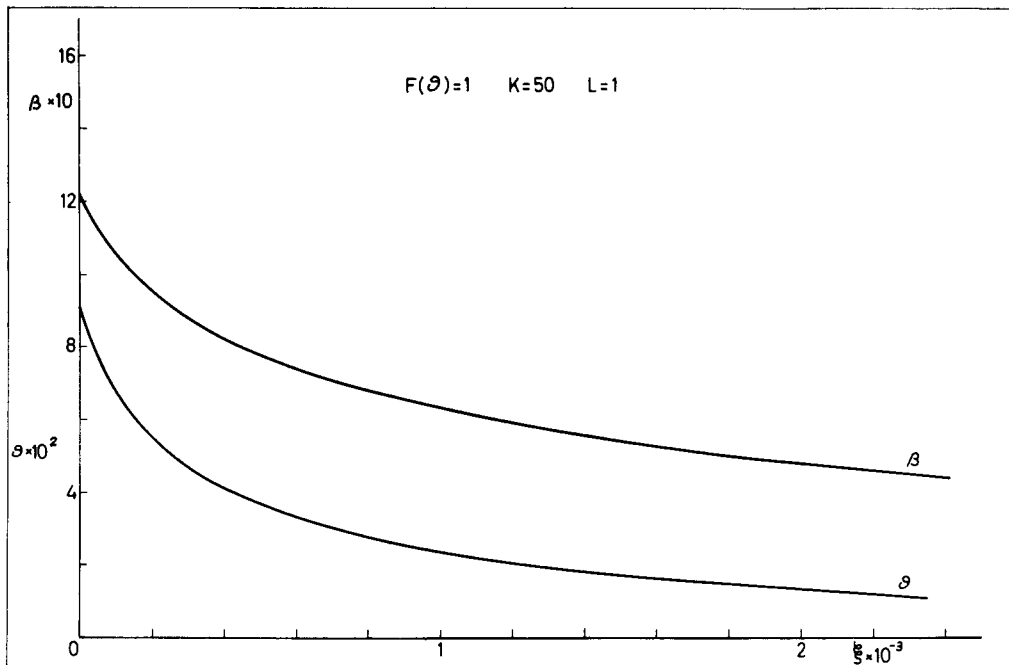


Fig. 4 : Andamento di β e θ all'interno del liner al tempo $t = 9.885 \cdot 10^{-1}$ in un caso di equazioni disaccoppiate.

T	R	B	Z	FT
-0.	1.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.00000E 00	9.20000E 00	1.10000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.60000E 00	8.40000E 00	1.10000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.40000E 00	7.60000E 00	1.30000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.20000E 00	6.80000E 00	1.60000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.00000E 00	6.00000E 00	2.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.80000E 00	5.20000E 00	2.50000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.60000E 00	4.40000E 00	3.10000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.40000E 00	3.60000E 00	3.80000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.20000E 00	2.80000E 00	4.60000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.00000E 00	2.00000E 00	5.50000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.80000E 00	1.20000E 00	6.50000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.60000E 00	4.00000E 00	7.60000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.04000E 00	6.00000E 00	8.80000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.12000E 00	8.00000E 00	1.02000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.20000E 00	1.00000E 00	1.18000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.28000E 00	2.00000E 00	1.35000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.36000E 00	3.00000E 00	1.54000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.44000E 00	4.00000E 00	1.75000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.52000E 00	5.00000E 00	2.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.60000E 00	6.00000E 00	2.28000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.68000E 00	7.00000E 00	2.60000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.76000E 00	8.00000E 00	2.96000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.84000E 00	9.00000E 00	3.37000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
1.92000E 00	1.00000E 00	3.84000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.00000E 00	2.00000E 00	4.37000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.08000E 00	3.00000E 00	4.96000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.16000E 00	4.00000E 00	5.61000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.24000E 00	5.00000E 00	6.33000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.32000E 00	6.00000E 00	7.13000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.40000E 00	7.00000E 00	8.01000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.48000E 00	8.00000E 00	8.98000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.56000E 00	9.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.64000E 00	1.00000E 00	1.12000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.72000E 00	2.00000E 00	1.26000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.80000E 00	3.00000E 00	1.42000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.88000E 00	4.00000E 00	1.61000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
2.96000E 00	5.00000E 00	1.83000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.04000E 00	6.00000E 00	2.09000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.12000E 00	7.00000E 00	2.39000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.20000E 00	8.00000E 00	2.74000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.28000E 00	9.00000E 00	3.14000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.36000E 00	1.00000E 00	3.60000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.44000E 00	2.00000E 00	4.13000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.52000E 00	3.00000E 00	4.73000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.60000E 00	4.00000E 00	5.41000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.68000E 00	5.00000E 00	6.17000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.76000E 00	6.00000E 00	7.02000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.84000E 00	7.00000E 00	7.96000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
3.92000E 00	8.00000E 00	9.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.00000E 00	9.00000E 00	1.02000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.08000E 00	1.00000E 00	1.16000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.16000E 00	2.00000E 00	1.32000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.24000E 00	3.00000E 00	1.51000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.32000E 00	4.00000E 00	1.73000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.40000E 00	5.00000E 00	2.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.48000E 00	6.00000E 00	2.32000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.56000E 00	7.00000E 00	2.70000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.64000E 00	8.00000E 00	3.14000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.72000E 00	9.00000E 00	3.65000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.80000E 00	1.00000E 00	4.23000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.88000E 00	2.00000E 00	4.89000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
4.96000E 00	3.00000E 00	5.63000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.04000E 00	4.00000E 00	6.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.12000E 00	5.00000E 00	7.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.20000E 00	6.00000E 00	8.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.28000E 00	7.00000E 00	9.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.36000E 00	8.00000E 00	1.06000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.44000E 00	9.00000E 00	1.19000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.52000E 00	1.00000E 00	1.34000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.60000E 00	2.00000E 00	1.52000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.68000E 00	3.00000E 00	1.73000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.76000E 00	4.00000E 00	2.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.84000E 00	5.00000E 00	2.32000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
5.92000E 00	6.00000E 00	2.70000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.00000E 00	7.00000E 00	3.14000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.08000E 00	8.00000E 00	3.65000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.16000E 00	9.00000E 00	4.23000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.24000E 00	1.00000E 00	4.89000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.32000E 00	2.00000E 00	5.63000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.40000E 00	3.00000E 00	6.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.48000E 00	4.00000E 00	7.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.56000E 00	5.00000E 00	8.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.64000E 00	6.00000E 00	9.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.72000E 00	7.00000E 00	1.06000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.80000E 00	8.00000E 00	1.19000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.88000E 00	9.00000E 00	1.34000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
6.96000E 00	1.00000E 00	1.52000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.04000E 00	2.00000E 00	1.73000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.12000E 00	3.00000E 00	2.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.20000E 00	4.00000E 00	2.32000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.28000E 00	5.00000E 00	2.70000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.36000E 00	6.00000E 00	3.14000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.44000E 00	7.00000E 00	3.65000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.52000E 00	8.00000E 00	4.23000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.60000E 00	9.00000E 00	4.89000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.68000E 00	1.00000E 00	5.63000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.76000E 00	2.00000E 00	6.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.84000E 00	3.00000E 00	7.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
7.92000E 00	4.00000E 00	8.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.00000E 00	5.00000E 00	9.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.08000E 00	6.00000E 00	1.06000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.16000E 00	7.00000E 00	1.19000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.24000E 00	8.00000E 00	1.34000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.32000E 00	9.00000E 00	1.52000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.40000E 00	1.00000E 00	1.73000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.48000E 00	2.00000E 00	2.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.56000E 00	3.00000E 00	2.32000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.64000E 00	4.00000E 00	2.70000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.72000E 00	5.00000E 00	3.14000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.80000E 00	6.00000E 00	3.65000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.88000E 00	7.00000E 00	4.23000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
8.96000E 00	8.00000E 00	4.89000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.04000E 00	9.00000E 00	5.63000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.12000E 00	1.00000E 00	6.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.20000E 00	2.00000E 00	7.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.28000E 00	3.00000E 00	8.36000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.36000E 00	4.00000E 00	9.45000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.44000E 00	5.00000E 00	1.06000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.52000E 00	6.00000E 00	1.19000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.60000E 00	7.00000E 00	1.34000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.68000E 00	8.00000E 00	1.52000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.76000E 00	9.00000E 00	1.73000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.84000E 00	1.00000E 00	2.00000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
9.92000E 00	2.00000E 00	2.32000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00
10.00000E 00	3.00000E 00	2.70000E 00	1.00000E 00	1.00000E 00

Tab.5 : Valori di β e θ sulla parete interna del liner e valore del flusso magnetico totale in funzione di t , nel caso disaccoppiato con $K = 100 \cdot L = 1$

T = 9.9900E-01

TAU = 9.9900E-03

DT = 5.0000E-05

R = 1.0026E-03

K	Y	D0	B	Z	FI
1.0000E-01	0.0000E-01	1.0000E-19	1.0000E-00	1.0000E-00	1.0031E-00
2.0825E-01	2.0000E-02	4.5563E-01	1.1985E-00	1.0429E-00	9.8250E-01
3.2000E-02	4.0000E-02	2.2804E-01	3.8333E-00	5.4661E-00	8.5288E-01
4.3065E-02	6.0000E-02	1.5177E-01	1.5955E-00	1.2579E-00	7.1678E-01
5.7037E-02	8.0000E-02	1.1375E-01	8.5933E-00	3.2594E-00	6.0713E-01
7.1719E-03	1.0000E-01	1.5370E-02	1.3769E-01	5.2509E-00	4.4964E-01
8.6000E-03	1.2000E-01	5.6328E-02	3.4225E-01	1.4350E-00	3.4477E-01
1.0000E-03	1.4000E-01	4.4733E-02	7.5473E-01	2.9244E-00	2.7133E-01
2.3634E-03	1.6000E-01	3.6938E-02	9.6480E-01	4.9987E-00	2.1781E-01
7.7959E-04	1.8000E-01	3.1314E-02	1.1673E-01	7.6204E-00	1.7754E-01
9.7047E-04	2.0000E-01	2.7046E-02	1.3598E-01	1.0737E-00	1.4645E-01
5.5967E-04	2.2000E-01	2.3679E-02	1.5419E-01	1.4299E-00	1.2191E-01
4.3750E-04	2.4000E-01	2.0941E-02	1.7138E-01	1.8255E-00	1.0219E-01
4.4711E-04	2.6000E-01	1.8658E-02	1.8760E-01	2.2581E-00	8.6981E-02
3.7836E-04	2.8000E-01	1.6714E-02	2.0361E-01	2.7259E-00	7.2739E-02
5.0000E-04	3.0000E-01	1.5039E-02	2.1967E-01	3.2270E-00	6.6907E-02
2.2485E-04	3.2000E-01	1.3524E-02	2.3477E-01	3.7490E-00	6.1551E-02
2.8240E-04	3.4000E-01	1.2264E-02	2.4924E-01	4.2909E-00	5.6618E-02
1.8240E-04	3.6000E-01	1.1243E-02	2.6317E-01	4.8638E-00	5.2063E-02
1.6439E-04	3.8000E-01	1.0281E-02	2.7654E-01	5.4661E-00	4.7847E-02
1.4815E-04	4.0000E-01	9.2213E-03	2.8952E-01	6.0987E-00	4.3935E-02
1.3345E-04	4.2000E-01	8.1596E-03	3.0218E-01	6.7540E-00	4.0298E-02
1.2012E-04	4.4000E-01	7.1006E-03	3.1433E-01	7.4331E-00	3.6909E-02
1.0797E-04	4.6000E-01	6.0439E-03	3.2604E-01	8.1280E-00	3.3744E-02
9.6886E-05	4.8000E-01	4.9894E-03	3.3738E-01	8.8490E-00	3.0782E-02
8.6735E-05	5.0000E-01	3.9367E-03	3.4827E-01	9.5933E-00	2.7996E-02
7.7418E-05	5.2000E-01	2.8857E-03	3.5872E-01	1.0355E-00	2.5396E-02
6.8844E-05	5.4000E-01	1.8377E-03	3.6872E-01	1.1139E-00	2.2941E-02
6.0942E-05	5.6000E-01	7.8706E-04	3.7829E-01	1.1939E-00	2.0625E-02
5.3635E-05	5.8000E-01	6.8706E-04	3.8749E-01	1.2753E-00	1.8437E-02
4.6875E-05	6.0000E-01	5.9195E-04	3.9637E-01	1.3583E-00	1.6366E-02
4.0601E-05	6.2000E-01	5.0333E-04	4.0487E-01	1.4427E-00	1.4401E-02
3.4749E-05	6.4000E-01	4.2122E-04	4.1303E-01	1.5286E-00	1.2534E-02
2.9340E-05	6.6000E-01	3.4507E-04	4.2081E-01	1.6156E-00	1.0755E-02
2.4277E-05	6.8000E-01	2.7487E-04	4.2811E-01	1.7037E-00	9.0562E-03
1.9547E-05	7.0000E-01	2.1064E-04	4.3495E-01	1.7928E-00	7.4293E-03
1.5123E-05	7.2000E-01	1.5230E-04	4.4136E-01	1.8830E-00	5.8663E-03
1.0978E-05	7.4000E-01	9.9816E-05	4.4734E-01	1.9743E-00	4.3579E-03
7.0891E-06	7.6000E-01	5.4616E-05	4.5289E-01	2.0667E-00	2.8932E-03
3.4361E-06	7.8000E-01	2.1074E-05	4.5801E-01	2.1613E-00	1.4551E-03
0.	8.0000E-01	0.0000E-05	4.6266E-01	2.2580E-00	0.
0.	10.0000E-01	1.0026E-03	4.6690E-01	2.3569E-00	0.

Tab. 6 : Valori di β , θ e della $f = \int_0^\xi (\beta-1)d\xi$ in funzione di ξ , y e della coordinata euleriana al tempo $t = 9.99 \cdot 10^{-1}$, nel caso disaccoppiato $K = 100 \cdot L = 1$.

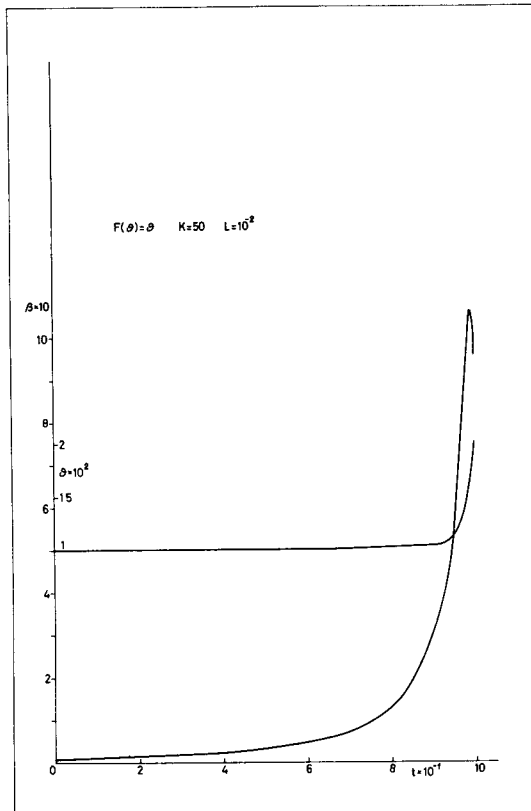


Fig. 5 : Andamento di β e θ sulla parete interna del liner in funzione del tempo in un caso di equazioni accoppiate.

T = 9.8000E-01

TAU = 1.9600E-02

DT = 2.0000E-04

R = 2.0001E-02

X	Y	D0	H	Z	FI
1.0000E 38	0.	1.0000E 19	1.0000E 00	1.0000E 00	9.8537E-01
4.5436E-01	2.0000E-02	6.7436E-01	1.0600E 00	1.0000E 00	9.7549E-01
1.1345E-01	4.0000E-02	3.3742E-01	2.4901E 00	1.0131E 00	8.4533E-01
2.0323E-02	6.0000E-02	2.2522E-01	6.0293E 00	1.1266E 00	6.7358E-01
2.8227E-02	8.0000E-02	1.6920E-01	1.1234E 01	1.4915E 00	5.1449E-01
1.2444E-02	1.2000E-01	1.1333E-01	1.9363E 01	2.6945E 00	2.9508E-01
6.9205E-03	1.6000E-01	8.5560E-02	2.3559E 01	4.5722E 00	1.8244E-01
4.3636E-03	2.0000E-01	6.9019E-02	2.5967E 01	6.7611E 00	1.2174E-01
2.9747E-03	2.4000E-01	5.8993E-02	2.7531E 01	9.1935E 00	8.5993E-02
1.1373E-03	2.8000E-01	4.8572E-02	2.8638E 01	1.1680E 01	6.3316E-02
1.5938E-03	3.2000E-01	4.0516E-02	2.9470E 01	1.4070E 01	4.8069E-02
1.2211E-03	3.6000E-01	3.4263E-02	3.0651E 01	1.6070E 01	3.8069E-02
9.5455E-04	4.0000E-01	2.8805E-02	3.1108E 01	1.7876E 01	3.3339E-02
7.5733E-04	4.4000E-01	2.4020E-02	3.1466E 01	1.9499E 01	2.9506E-02
6.0732E-04	4.8000E-01	1.9739E-02	3.1699E 01	2.0959E 01	2.6115E-02
5.4545E-04	5.2000E-01	1.5949E-02	3.1843E 01	2.2277E 01	2.3615E-02
4.9059E-04	5.6000E-01	1.2643E-02	3.1911E 01	2.3405E 01	2.1785E-02
4.4170E-04	6.0000E-01	9.0133E-03	3.1924E 01	2.4368E 01	1.5500E-02
3.9796E-04	6.4000E-01	6.5444E-03	3.1894E 01	2.5155E 01	1.3992E-02
3.5866E-04	6.8000E-01	4.8694E-03	3.1827E 01	2.5788E 01	1.2637E-02
3.2323E-04	7.2000E-01	3.5731E-03	3.1727E 01	2.6287E 01	1.1415E-02
2.9117E-04	7.6000E-01	2.5291E-03	3.1591E 01	2.6653E 01	1.0309E-02
2.6207E-04	8.0000E-01	1.7311E-03	3.1427E 01	2.6899E 01	9.3042E-03
2.3558E-04	8.4000E-01	1.1277E-03	3.1239E 01	2.7033E 01	8.3893E-03
2.1139E-04	8.8000E-01	7.4275E-04	3.1032E 01	2.7068E 01	7.5537E-03
1.8924E-04	9.2000E-01	4.7275E-04	3.0807E 01	2.7004E 01	6.8885E-03
1.6891E-04	9.6000E-01	2.8533E-04	3.0557E 01	2.6836E 01	6.0861E-03
1.5021E-04	10.0000E-01	1.6457E-04	3.0292E 01	2.6576E 01	5.4397E-03
1.3296E-04		9.3087E-05	3.0017E 01	2.6227E 01	4.8436E-03
1.1703E-04		5.2739E-05	2.9733E 01	2.5793E 01	4.2926E-03
1.0227E-04		2.4122E-05	2.9441E 01	2.5273E 01	3.7824E-03
8.8584E-05		1.1055E-05	2.9141E 01	2.4677E 01	3.3090E-03
7.5861E-05		5.4222E-06	2.8834E 01	2.4018E 01	2.8689E-03
6.4015E-05		2.2844E-06	2.8522E 01	2.3308E 01	2.4591E-03
5.2968E-05		1.0408E-06	2.8207E 01	2.2558E 01	2.0770E-03
4.2649E-05		4.8099E-07	2.7890E 01	2.1778E 01	1.7200E-03
3.2995E-05		2.0591E-07	2.7573E 01	2.0978E 01	1.3860E-03
2.3952E-05		9.0384E-08	2.7257E 01	2.0158E 01	1.0731E-03
1.5467E-05		3.8187E-08	2.6943E 01	1.9318E 01	7.951E-04
7.4969E-06		1.5187E-08	2.6637E 01	1.8478E 01	5.9372E-04
0.		2.0001E-02	2.6307E 01	1.7651E 01	4.431E-04

Tab. 9 : Valori di β , θ e di $f = \int_0^\xi (\beta-1)d\xi$ in funzione di ξ , y e della coordinata euleriana al tempo $t = 9.8 \cdot 10^{-1}$ nel caso accoppiato $K = 50$, $L = 10^{-1}$.

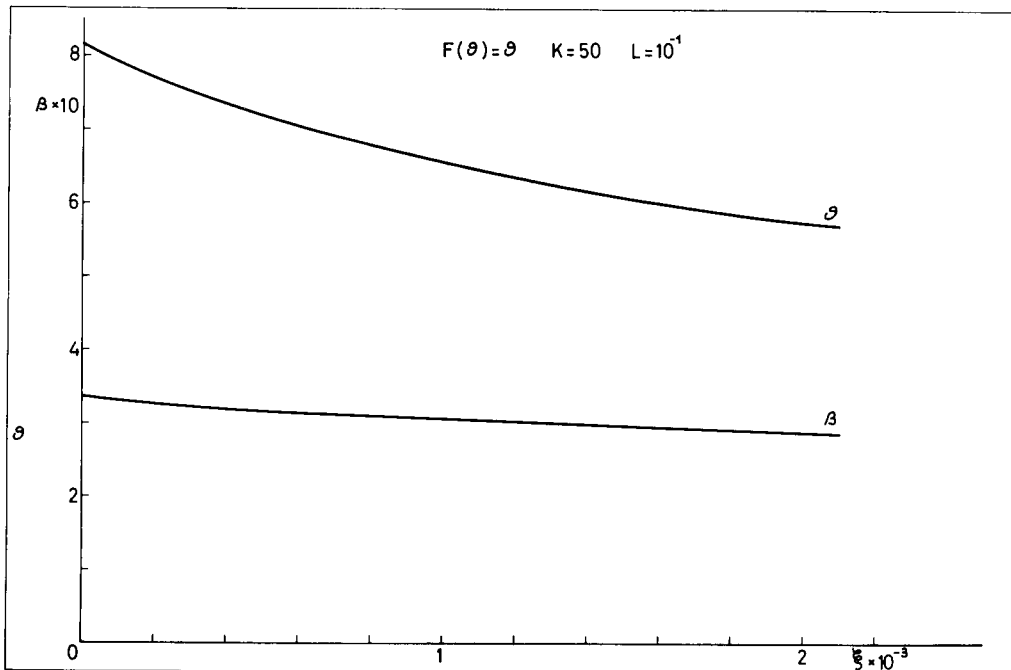
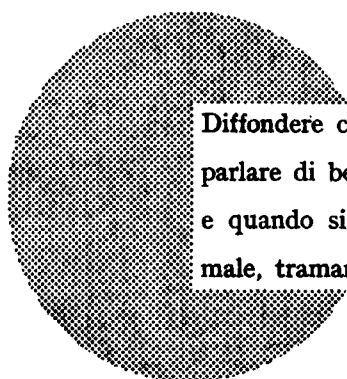


Fig. 6 : Andamento di β e θ all'interno del liner al tempo $t = 9.8 \cdot 10^{-1}$ in un caso di equazioni accoppiate.

T	R	B	Z	FT
0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
0.000000	0.999999	1.170400	1.013370	1.000000
0.000000	0.999998	1.377800	1.073390	1.000000
0.000000	0.999997	1.638000	1.207800	1.000000
0.000000	0.999996	1.970600	1.463390	1.000000
0.000000	0.999995	2.402100	1.920100	1.000000
0.000000	0.999994	2.967900	2.704900	1.000000
0.000000	0.999993	3.708200	3.600400	1.000000
0.000000	0.999992	4.654700	4.631200	1.000000
0.000000	0.999991	5.775200	5.837200	1.000000
0.000000	0.999990	6.884400	6.655800	1.000000
0.000000	0.999989	7.556000	7.473600	1.000000
0.000000	0.999988	7.573100	7.610100	1.000000
0.000000	0.999987	7.551700	7.844100	1.000000
0.000000	0.999986	7.517800	8.255600	1.000000
0.000000	0.999985	7.468100	8.844100	1.000000
0.000000	0.999984	7.401700	9.605300	1.000000
0.000000	0.999983	7.317800	10.527000	1.000000
0.000000	0.999982	7.263900	11.617000	1.000000
0.000000	0.999981	7.253400	12.879000	1.000000
0.000000	0.999980	7.242800	14.312000	1.000000
0.000000	0.999979	7.232000	15.917000	1.000000
0.000000	0.999978	7.221000	17.694000	1.000000
0.000000	0.999977	7.209800	19.643000	1.000000
0.000000	0.999976	7.198300	21.766000	1.000000
0.000000	0.999975	7.186500	24.060000	1.000000
0.000000	0.999974	7.174600	26.528000	1.000000
0.000000	0.999973	7.162300	29.166000	1.000000
0.000000	0.999972	7.149900	31.966000	1.000000
0.000000	0.999971	7.137400	34.922000	1.000000
0.000000	0.999970	7.124500	38.038000	1.000000
0.000000	0.999969	7.111400	41.317000	1.000000
0.000000	0.999968	7.098300	44.762000	1.000000
0.000000	0.999967	7.084700	48.377000	1.000000
0.000000	0.999966	7.070900	52.166000	1.000000
0.000000	0.999965	7.056900	56.132000	1.000000
0.000000	0.999964	7.042700	60.279000	1.000000
0.000000	0.999963	7.028200	64.608000	1.000000
0.000000	0.999962	7.013600	69.121000	1.000000
0.000000	0.999961	6.998800	73.820000	1.000000
0.000000	0.999960	6.983300	78.707000	1.000000
0.000000	0.999959	6.967600	83.784000	1.000000
0.000000	0.999958	6.951900	89.052000	1.000000
0.000000	0.999957	6.935800	94.512000	1.000000
0.000000	0.999956	6.919300	100.166000	1.000000
0.000000	0.999955	6.902600	106.016000	1.000000
0.000000	0.999954	6.885800	112.066000	1.000000
0.000000	0.999953	6.868600	118.317000	1.000000
0.000000	0.999952	6.851100	124.772000	1.000000
0.000000	0.999951	6.833300	131.434000	1.000000
0.000000	0.999950	6.815200	138.306000	1.000000
0.000000	0.999949	6.796700	145.391000	1.000000
0.000000	0.999948	6.777800	152.692000	1.000000
0.000000	0.999947	6.758800	160.212000	1.000000
0.000000	0.999946	6.739300	167.954000	1.000000
0.000000	0.999945	6.719500	175.920000	1.000000
0.000000	0.999944	6.699300	184.114000	1.000000
0.000000	0.999943	6.678900	192.538000	1.000000
0.000000	0.999942	6.658400	201.194000	1.000000
0.000000	0.999941	6.637800	210.084000	1.000000
0.000000	0.999940	6.617400	219.208000	1.000000
0.000000	0.999939	6.597400	228.568000	1.000000
0.000000	0.999938	6.577900	238.166000	1.000000
0.000000	0.999937	6.558400	247.994000	1.000000
0.000000	0.999936	6.539300	258.054000	1.000000
0.000000	0.999935	6.520600	268.348000	1.000000
0.000000	0.999934	6.502600	278.878000	1.000000
0.000000	0.999933	6.485200	289.646000	1.000000
0.000000	0.999932	6.468400	300.654000	1.000000
0.000000	0.999931	6.452200	311.904000	1.000000
0.000000	0.999930	6.436700	323.398000	1.000000
0.000000	0.999929	6.421800	335.138000	1.000000
0.000000	0.999928	6.407600	347.126000	1.000000
0.000000	0.999927	6.394000	359.364000	1.000000
0.000000	0.999926	6.381000	371.854000	1.000000
0.000000	0.999925	6.368600	384.598000	1.000000
0.000000	0.999924	6.356600	397.598000	1.000000
0.000000	0.999923	6.345200	410.856000	1.000000
0.000000	0.999922	6.334400	424.374000	1.000000
0.000000	0.999921	6.324200	438.154000	1.000000
0.000000	0.999920	6.314600	452.198000	1.000000
0.000000	0.999919	6.305600	466.508000	1.000000
0.000000	0.999918	6.297200	481.086000	1.000000
0.000000	0.999917	6.289400	495.934000	1.000000
0.000000	0.999916	6.282200	511.054000	1.000000
0.000000	0.999915	6.275600	526.448000	1.000000
0.000000	0.999914	6.269600	542.118000	1.000000
0.000000	0.999913	6.264200	558.066000	1.000000
0.000000	0.999912	6.259400	574.294000	1.000000
0.000000	0.999911	6.255200	590.804000	1.000000
0.000000	0.999910	6.251600	607.598000	1.000000
0.000000	0.999909	6.248600	624.678000	1.000000
0.000000	0.999908	6.246200	642.046000	1.000000
0.000000	0.999907	6.244400	659.704000	1.000000
0.000000	0.999906	6.243200	677.654000	1.000000
0.000000	0.999905	6.242600	695.898000	1.000000
0.000000	0.999904	6.242600	714.438000	1.000000
0.000000	0.999903	6.243200	733.276000	1.000000
0.000000	0.999902	6.244400	752.414000	1.000000
0.000000	0.999901	6.246200	771.854000	1.000000
0.000000	0.999900	6.248600	791.598000	1.000000
0.000000	0.999899	6.251600	811.646000	1.000000
0.000000	0.999898	6.255200	831.998000	1.000000
0.000000	0.999897	6.259400	852.654000	1.000000
0.000000	0.999896	6.264200	873.614000	1.000000
0.000000	0.999895	6.269600	894.878000	1.000000
0.000000	0.999894	6.275600	916.446000	1.000000
0.000000	0.999893	6.282200	938.318000	1.000000
0.000000	0.999892	6.289400	960.494000	1.000000
0.000000	0.999891	6.297200	982.974000	1.000000
0.000000	0.999890	6.305600	1005.758000	1.000000
0.000000	0.999889	6.314600	1028.846000	1.000000
0.000000	0.999888	6.324200	1052.238000	1.000000
0.000000	0.999887	6.334400	1075.934000	1.000000
0.000000	0.999886	6.345200	1100.034000	1.000000
0.000000	0.999885	6.356600	1124.538000	1.000000
0.000000	0.999884	6.368600	1149.446000	1.000000
0.000000	0.999883	6.381000	1174.758000	1.000000
0.000000	0.999882	6.394000	1200.474000	1.000000
0.000000	0.999881	6.407600	1226.594000	1.000000
0.000000	0.999880	6.421800	1253.118000	1.000000
0.000000	0.999879	6.436700	1280.046000	1.000000
0.000000	0.999878	6.452200	1307.378000	1.000000
0.000000	0.999877	6.468400	1335.114000	1.000000
0.000000	0.999876	6.485200	1363.254000	1.000000
0.000000	0.999875	6.502600	1391.798000	1.000000
0.000000	0.999874	6.520600	1420.746000	1.000000
0.000000	0.999873	6.539300	1450.098000	1.000000
0.000000	0.999872	6.558400	1480.054000	1.000000
0.000000	0.999871	6.577900	1510.514000	1.000000
0.000000	0.999870	6.597400	1541.478000	1.000000
0.000000	0.999869	6.617400	1572.946000	1.000000
0.000000	0.999868	6.637800	1604.918000	1.000000
0.000000	0.999867	6.658400	1637.394000	1.000000
0.000000	0.999866	6.678900	1670.374000	1.000000
0.000000	0.999865	6.699300	1703.858000	1.000000
0.000000	0.999864	6.719500	1737.846000	1.000000
0.000000	0.999863	6.739300	1772.338000	1.000000
0.000000	0.999862	6.758800	1807.334000	1.000000
0.000000	0.999861	6.777800	1842.834000	1.000000
0.000000	0.999860	6.796700	1878.838000	1.000000
0.000000	0.999859	6.815200	1915.346000	1.000000
0.000000	0.999858	6.833300	1952.358000	1.000000
0.000000	0.999857	6.851100	1989.874000	1.000000
0.000000	0.999856	6.868600	2027.894000	1.000000
0.000000	0.999855	6.885800	2066.418000	1.000000
0.000000	0.999854	6.902600	2105.446000	1.000000
0.000000	0.999853	6.919300	2144.978000	1.000000
0.000000	0.999852	6.935800	2185.014000	1.000000
0.000000	0.999851	6.951900	2225.554000	1.000000
0.000000	0.999850	6.967600	2266.598000	1.000000
0.000000	0.999849	6.983300	2308.146000	1.000000
0.000000	0.999848	6.998800	2350.198000	1.000000
0.000000	0.999847	7.013600	2392.754000	1.000000
0.000000	0.999846	7.028200	2435.814000	1.000000
0.000000	0.999845	7.042700	2479.378000	1.000000
0.000000	0.999844	7.056900	2523.446000	1.000000
0.000000	0.999843	7.070900	2568.018000	1.000000
0.000000	0.999842	7.084700	2613.094000	1.000000
0.000000	0.999841	7.098300	2658.674000	1.000000
0.000000	0.999840	7.111400	2704.758000	1.000000
0.000000	0.999839	7.124500	2751.346000	1.000000
0.000000	0.999838	7.137400	2798.438000	1.000000
0.000000	0.999837	7.149900	2846.034000	1.000000
0.000000	0.999836	7.162300	2894.134000	1.000000
0.000000	0.999835	7.174600	2942.738000	1.000000
0.000000	0.999834	7.186500	2991.846000	1.000000
0.000000	0.999833	7.198300	3041.458000	1.000000
0.000000	0.999832	7.209800	3091.574000	1.000000
0.000000	0.999831	7.221000	3142.194000	1.000000
0.000000	0.999830	7.232000	3193.318000	1.0

T	R	B	Z	FT
-0.8	1.0000E 00	1.0000E 00	1.0000E 00	1.0000E 00
-0.6	9.2000E 00	1.1793E 00	1.0001E 00	1.0000E 00
-0.4	8.4000E 00	1.4089E 00	1.0007E 00	1.0000E 00
-0.2	7.6000E 00	1.7111E 00	1.0022E 00	1.0000E 00
0.0	6.8000E 00	2.2080E 00	1.0054E 00	1.0000E 00
0.2	6.0000E 00	2.9666E 00	1.0122E 00	1.0000E 00
0.4	5.2000E 00	4.2331E 00	1.0267E 00	1.0000E 00
0.6	4.4000E 00	6.0334E 00	1.0588E 00	1.0000E 00
0.8	3.6000E 00	8.4334E 00	1.1386E 00	1.0000E 00
1.0	2.8000E 00	1.1317E 00	1.3645E 00	1.0000E 00
1.2	2.0000E 00	1.6228E 00	1.8774E 00	1.0000E 00
1.4	1.2000E 00	2.3537E 00	2.7630E 00	1.0000E 00
1.6	0.4000E 00	3.4477E 00	4.2765E 00	1.0000E 00
1.8	0.0000E 00	5.0647E 00	6.6665E 00	1.0000E 00
2.0	0.0000E 00	7.2727E 00	1.1737E 01	1.0000E 00
2.2	0.0000E 00	9.9618E 00	2.9221E 01	1.0000E 00
2.4	0.0000E 00	1.3711E 01	6.3977E 01	1.0000E 00
2.6	0.0000E 00	1.9178E 01	1.4651E 02	1.0000E 00
2.8	0.0000E 00	2.6557E 01	3.2954E 02	1.0000E 00
3.0	0.0000E 00	3.6600E 01	7.217E 02	1.0000E 00
3.2	0.0000E 00	5.0600E 01	1.5499E 03	1.0000E 00
3.4	0.0000E 00	6.9600E 01	3.4991E 03	1.0000E 00
3.6	0.0000E 00	9.4599E 01	7.7217E 03	1.0000E 00
3.8	0.0000E 00	1.2860E 02	1.7111E 04	1.0000E 00
4.0	0.0000E 00	1.7660E 02	3.8120E 04	1.0000E 00
4.2	0.0000E 00	2.4359E 02	8.4599E 04	1.0000E 00
4.4	0.0000E 00	3.2828E 02	1.8720E 05	1.0000E 00
4.6	0.0000E 00	4.4477E 02	4.2765E 05	1.0000E 00
4.8	0.0000E 00	6.0334E 02	9.6665E 05	1.0000E 00
5.0	0.0000E 00	8.4334E 02	2.1737E 06	1.0000E 00
5.2	0.0000E 00	1.1317E 03	4.9221E 06	1.0000E 00
5.4	0.0000E 00	1.6228E 03	1.1173E 07	1.0000E 00
5.6	0.0000E 00	2.3537E 03	2.5499E 07	1.0000E 00
5.8	0.0000E 00	3.4477E 03	5.7217E 07	1.0000E 00
6.0	0.0000E 00	5.0647E 03	1.2765E 08	1.0000E 00
6.2	0.0000E 00	7.2727E 03	2.8665E 08	1.0000E 00
6.4	0.0000E 00	9.9618E 03	6.3977E 08	1.0000E 00
6.6	0.0000E 00	1.3711E 04	1.4651E 09	1.0000E 00
6.8	0.0000E 00	1.9178E 04	3.2954E 09	1.0000E 00
7.0	0.0000E 00	2.6557E 04	7.217E 09	1.0000E 00
7.2	0.0000E 00	3.6600E 04	1.5499E 10	1.0000E 00
7.4	0.0000E 00	5.0600E 04	3.4991E 10	1.0000E 00
7.6	0.0000E 00	6.9600E 04	7.7217E 10	1.0000E 00
7.8	0.0000E 00	9.4599E 04	1.7111E 11	1.0000E 00
8.0	0.0000E 00	1.2860E 05	3.8120E 11	1.0000E 00
8.2	0.0000E 00	1.7660E 05	8.4599E 11	1.0000E 00
8.4	0.0000E 00	2.4359E 05	1.8720E 12	1.0000E 00
8.6	0.0000E 00	3.2828E 05	4.2765E 12	1.0000E 00
8.8	0.0000E 00	4.4477E 05	9.6665E 12	1.0000E 00
9.0	0.0000E 00	6.0334E 05	2.1737E 13	1.0000E 00
9.2	0.0000E 00	8.4334E 05	4.9221E 13	1.0000E 00
9.4	0.0000E 00	1.1317E 06	1.1173E 14	1.0000E 00
9.6	0.0000E 00	1.6228E 06	2.5499E 14	1.0000E 00
9.8	0.0000E 00	2.3537E 06	5.7217E 14	1.0000E 00
10.0	0.0000E 00	3.4477E 06	1.2765E 15	1.0000E 00

Tab.12 : Valori di β e θ sulla parete interna del liner e valore del flusso magnetico totale in funzione di t nel caso accoppiato con $K = 10^3$, $L = 10^{-1}$.



Diffondere cognizioni equivale a diffondere benessere — intendo parlare di benessere generale e non già di ricchezza individuale — e quando si instaura il benessere va sempre più scomparendo il male, tramandatoci da un oscuro passato.

Alfred Nobel

UFFICI DI VENDITA

Tutte le relazioni Euratom si vendono nei seguenti uffici ai prezzi indicati a tergo della copertina (all'atto dell'ordinazione, indicare chiaramente il riferimento EUR e il titolo della relazione che figurano sulla copertina).

PRESSES ACADEMIQUES EUROPEENNES

98, Chaussée de Charleroi, Bruxelles 6

Banque de la Société Générale - Bruxelles
compte N° 964.558,

Banque Belgo Congolaise - Bruxelles
compte N° 2444.141,

Compte chèque postal - Bruxelles - N° 167.37,

Belgian American Bank and Trust Company - New York
compte No. 22.186,

Lloyds Bank (Europe) Ltd. - 10 Moorgate, London E.C.2,
Postcheckkonto - Köln - Nr. 160.861.

OFFICE CENTRAL DE VENTE DES PUBLICATIONS DES COMMUNAUTES EUROPEENNES

2, place de Metz, Luxembourg (Compte chèque postal N° 191-90)

BELGIQUE — BELGIË

MONITEUR BELGE
40-42, rue de Louvain - Bruxelles
BELGISCH STAATSBLED
Leuvenseweg 40-42 - Brussel

GRAND-DUCHE DE LUXEMBOURG

OFFICE CENTRAL DE VENTE
DES PUBLICATIONS DES
COMMUNAUTES EUROPEENNES
9, rue Goethe - Luxembourg

DEUTSCHLAND

BUNDESANZEIGER
Postfach - Köln 1

ITALIA

LIBRERIA DELLO STATO
Piazza G. Verdi, 10 - Roma

FRANCE

SERVICE DE VENTE EN FRANCE
DES PUBLICATIONS DES
COMMUNAUTES EUROPEENNES
26, rue Desaix - Paris 15^e

NEDERLAND

STAATSDRUKKERIJ
Christoffel Plantijnstraat - Den Haag

EURATOM — C.I.D.
51-53, rue Belliard
Bruxelles (Belgique)