

EUR 2177.f

LIBRARY COPY

ASSOCIATION
Communauté Européenne de l'Energie Atomique - EURATOM
Commissariat à l'Energie Atomique - C.E.A.

CONTAMINATION RADIOACTIVE DES
DENRÉES ALIMENTAIRES
DÉTERMINATION DES NIVEAUX ADMISSIBLES

par

S. LEDERMANN

1965



Rapport C.E.A. - R 2707 établi au
Centre d'Etudes Nucléaires de Fontenay-aux-Roses, France

Association N° 018-64-7 PSTF

AVERTISSEMENT

Le présent document a été élaboré sous les auspices de la Commission de la Communauté Européenne de l'Energie Atomique (EURATOM).

Il est précisé que la Commission d'EURATOM, ses cocontractants ou toute personne agissant en leur nom :

- 1° — Ne garantissent pas l'exactitude ou le caractère complet des informations contenues dans ce document, ni que l'utilisation d'une information, d'un équipement, d'une méthode ou d'un procédé décrit dans le présent document ne portent pas atteinte à des droits privatifs;
- 2° — N'assument aucune responsabilité pour les dommages qui pourraient résulter de l'utilisation d'informations, d'équipements, de méthodes ou procédés divulgués dans le présent document.

Ce rapport est vendu au prix de 60,— francs belges, sur demande adressée à : PRESSES ACADÉMIQUES EUROPÉENNES - 98, Chaussée de Charleroi, Bruxelles 6.

Le paiement se fait par versement à la :

- BANQUE DE LA SOCIÉTÉ GÉNÉRALE (Agence Ma Campagne) - Bruxelles - compte N° 964.558,
- BELGIAN AMERICAN BANK AND TRUST COMPANY - New York - compte N° 22.186,
- LLOYDS BANK (Europe) Ltd. - 10, Moorgate - London E.C.2,

en mentionnant la référence : « EUR 2177.f - CONTAMINATION RADIOACTIVE DES DENRÉES ALIMENTAIRES - DÉTERMINATION DES NIVEAUX ADMISSIBLES ».

Achévé d'imprimer par le Service de Documentation du C.E.A., Gif-sur-Yvette (S & O) France, Bruxelles, juin 1965.

EUR 2177.f

E R R A T U M

Sur la couverture, page titre et
fiches bibliographiques, veuillez lire :

Association N° 003-61-10 PSAF

EUR 2177.f

ASSOCIATION

Communauté Européenne de l'Energie Atomique - EURATOM
Commissariat à l'Energie Atomique - C.E.A.

CONTAMINATION RADIOACTIVE DES DENRÉES ALIMENTAIRES DÉTERMINATION DES NIVEAUX ADMISSIBLES

par

S. LEDERMANN

1965



Rapport C.E.A. - R 2707 établi au
Centre d'Etudes Nucléaires de Fontenay-aux-Roses, France

Association N° 018-64-7 PSTF

- Rapport CEA-R 2707 -

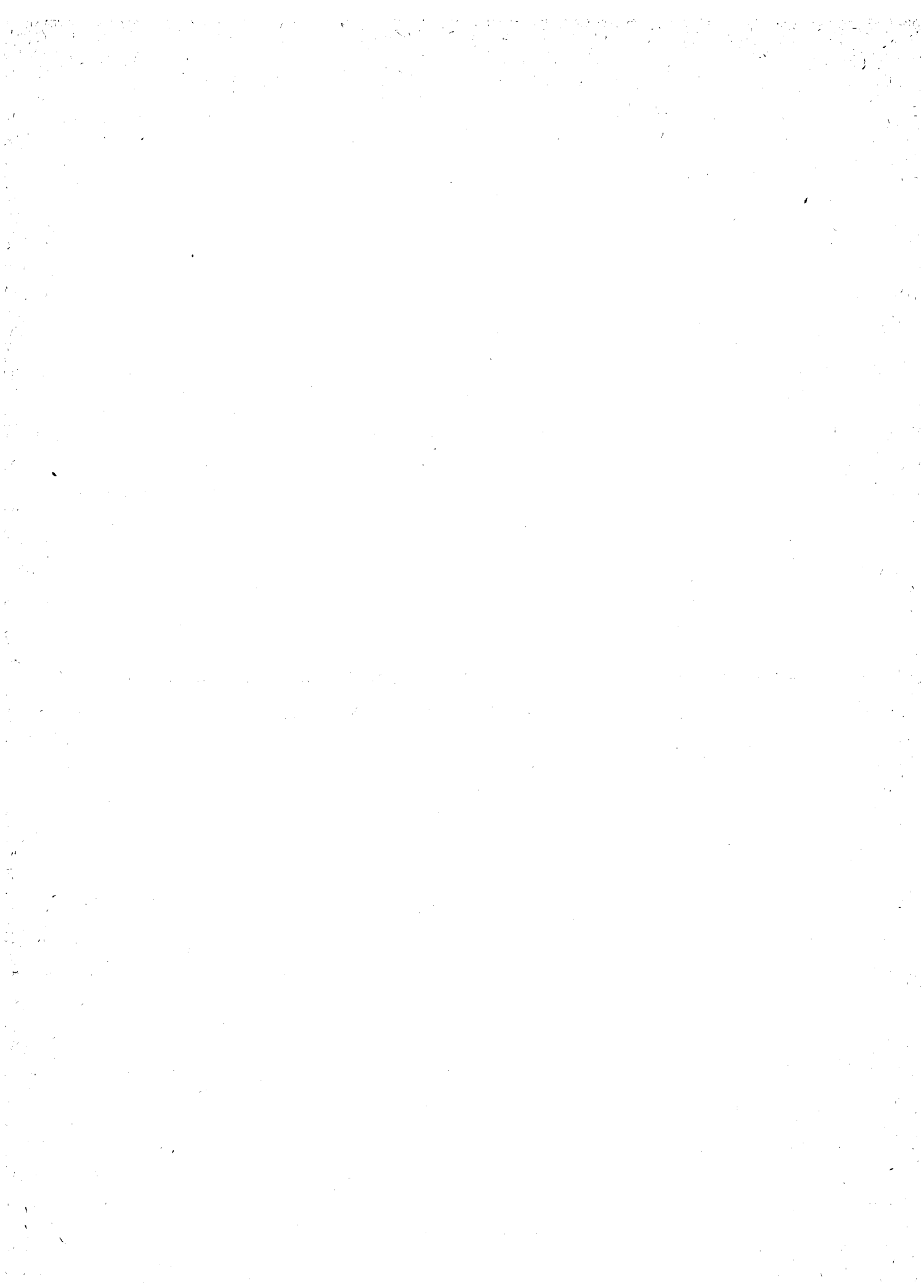
ASSOCIATION EURATOM-CEA
Contrat "Niveaux de Contamination Radioactive du Milieu Ambiant
et de la Chaîne Alimentaire"

CONTAMINATION RADIOACTIVE DES DENREES ALIMENTAIRES
DETERMINATION DES NIVEAUX ADMISSIBLES

par

Sully LEDERMANN

- Avril 1965 -



CONTAMINATION RADIOACTIVE DES DENREES ALIMENTAIRES DETERMINATION DES NIVEAUX ADMISSIBLES

L'utilisation de l'atome comme source d'énergie est étroitement conditionnée par des règles de sécurité concernant la protection sanitaire des populations. Effluents et retombées peuvent être à l'origine, si on n'y prend garde, d'une contamination air-sol latente et relativement faible mais non sans effet possible, car l'action se poursuivrait pendant une longue période.

Les données actuelles disponibles donnent à penser que, dans ces conditions, c'est-à-dire sur une longue période, le cas des accidents étant laissé de côté, l'atteinte éventuelle d'une population s'effectuerait à 80 % environ par son alimentation. Cette alimentation est donc à surveiller.

Sa surveillance pose des problèmes complexes. Elle exige en effet que l'on tienne compte, entre autres ;

1° - des radionuclides représentés dans l'alimentation et de leur effet sur l'organisme humain, lequel varie d'un radionuclide à un autre.

2° - des quantités respectives de radionuclides présents dans les aliments, lesquelles varient d'un aliment à un autre.

3° - des quantités respectives d'aliments consommés, lesquelles varient d'un individu à un autre, et en moyenne, d'une population à une autre.

Chaque aliment apporte sa contribution en radionuclides et l'atteinte d'un organisme ou d'un organe donné correspond au total de ces contributions. Dans une situation de contamination air-sol d'évolution relativement lente, les aliments présenteront des concentrations en radionuclides qui se disperseront autour de moyennes, dont la valeur suivra cette évolution.

Imaginons que la contamination air-sol s'élève peu à peu jusqu'à un niveau tel que l'exposition moyenne d'une population atteigne un seuil considéré comme critique pour les organismes.

A l'exposition limite correspondra des concentrations en radionuclides pour les aliments, dites "concentrations maximales admissibles".

Si au cours de l'évolution de la situation vers la zone critique, les concentrations des divers aliments en radionuclides évoluent indépendamment les uns des autres, c'est-à-dire d'une façon anarchique, le contrôle alimentaire devra porter à tout moment sur toutes les catégories de produits sans exception, puisqu'il faudra toutes les saisir pour avoir une estimation du total.

Une telle évolution totalement anarchique est toutefois peu probable. La contamination suit des cheminements variés d'un aliment à un autre, certes, mais le facteur original reste commun. Si ce dernier passe de 1 à 10, puis à 20 par exemple, les diverses concentrations doivent refléter la résultante des cheminements divers et complexes par lesquels chaque aliment est atteint et ces mécanismes, déterminés et entretenus par une source commune de contamination doivent être l'origine de relations statistiques entre les diverses concentrations.

Dans ce cas, il sera possible de suivre seulement la concentration de certains aliments choisis pour des raisons de facilité de prélèvement, par exemple, compte tenu de la quantité d'information qu'ils apportent sur la situation générale grâce aux inter-relations évoquées, et de se dispenser de surveiller les autres aliments, d'une manière aussi fréquente tout au moins. Si on dispose d'informations suffisantes sur les cheminements par lesquels s'effectue la contamination on peut envisager également de mesurer la concentration de certains radionuclides à la source même de la pollution.

Nous nous proposons, dans ce rapport, d'examiner comment on peut estimer les concentrations maximales admissibles pour diverses catégories d'aliments, et aussi quelle est la population qui franchit la première le seuil d'exposition critique, de par son régime alimentaire particulier.

Une application numérique de la solution théorique proposée donne les concentrations maximales admissibles moyennes qu'il faudrait observer pendant 50 ans dans un ensemble de populations en état d'exposition continue, caractérisées par des régimes alimentaires différents. Les seuils critiques de référence sont évidemment ceux correspondant aux connaissances actuelles sur les effets à long terme d'une contamination permanente de l'organisme par de petites quantités de radionuclides.

Soulignons qu'il n'y a pas lieu d'accorder une grande importance aux valeurs numériques moyennes indiquées. Il s'agit en effet essentiellement d'un exercice numérique destiné à :

- a) - montrer comment on peut passer de la théorie à l'utilisation de données concrètes disponibles.
- b) - mettre en évidence les lacunes actuelles qu'il faudrait combler pour pouvoir effectuer une estimation correcte.
- c) - préciser quelques règles à retenir pour obtenir, peu à peu, les données nécessaires à cette estimation.

I - CAS D'UN SEUL RADIONUCLIDE

Voyons d'abord comment se pose le problème dans le cas simple d'un seul radionuclide et de 3 régimes alimentaires constitués de deux aliments seulement A et B, contaminés par une source unique de contamination.

Soit $a_1 b_1$, $a_2 b_2$, $a_3 b_3$ les quantités de A et B consommées respectivement dans les régimes 1, 2 et 3 ; d_A et d_B les doses délivrées dans l'organe étudié par le radionuclide, par unité de poids de A et B ; enfin T la dose totale reçue par l'organe. Cette dernière dose est pour chaque régime :

$$(I.1) - \begin{cases} T_1 = a_1 d_A + b_1 d_B & (\text{régime 1}) \\ T_2 = a_2 d_A + b_2 d_B & (\text{régime 2}) \\ T_3 = a_3 d_A + b_3 d_B & (\text{régime 3}) \end{cases}$$

Sous la forme matricielle qui sera utilisé par la suite, (I.1) se note (I.1.) bis $\underline{AD} = \underline{T}$ avec :

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{pmatrix}$$

$$\underline{D} = \begin{pmatrix} d_A \\ d_B \end{pmatrix}$$

$$\underline{T} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix}$$

Soit T_M le seuil critique qui ne doit être dépassé par les T.

Le problème posé consiste à déterminer des quantités maximales M_A et M_B telles que si on a :

$$(I.2) \quad d_A \leq M_A \quad \text{et} \quad d_B \leq M_B$$

on a corrélativement :

$$(I.3) \quad T_1, T_2 \text{ et } T_3 \leq T_M$$

En reprenant les valeurs de T données par (I), les inégalités (3) s'explicitent :

$$(I.4) \quad \begin{cases} a_1 d_A + b_1 d_B < T_M \\ a_2 d_A + b_2 d_B < T_M \\ a_3 d_A + b_3 d_B < T_M \end{cases} \text{ soit encore (1.4) bis : } \underline{AD} = \underline{T} < \underline{T}_M$$

Les doses d ne peuvent être négatives, d'où les conditions supplémentaires :

$$(I.5) \quad \begin{cases} d_A \geq 0 \\ d_B \geq 0 \end{cases}$$

Les inégalités (I.4) et (I.5) transformées en égalité constituent les équations de 5 droites dans le plan de coordonnées d_A et d_B . Elles comprennent les deux axes de coordonnées et enveloppent un polygone minimum convexe. Tous les points à l'intérieur du polygone satisfont les inégalités (I.4) et (I.5).

Pour tous les points du contour du polygone, on atteint la limite T_M . Chacun des points du contour a donc comme coordonnées un couple particulier $d_A = M_A$ et $d_B = M_B$ de solutions maximales : il y a ainsi une infinité de solutions possibles.

Précisons sur un exemple numérique, avec des chiffres quelconques, choisi seulement pour avoir un graphique lisible :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 100 \\ a_2 = 50 \\ a_3 = 83,33 \\ b_1 = 10 \\ b_2 = 20 \\ b_3 = 16,67 \end{array} \right. \quad T_M = 1\,000$$

On doit avoir pour (I.4) :

$$\left\{ \begin{array}{l} 100 d_A + 10 d_B < 1\,000 \\ 50 d_A + 20 d_B < 1\,000 \\ 83,33 d_A + 16,67 d_B < 1\,000 \end{array} \right.$$

Les 5 droites enveloppant le polygone ont pour équation :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_B = 100 - 10 d_A \\ d_B = 50 - 2,5 d_A \\ d_B = 60 - 5 d_A \\ d_A = 0 \\ d_B = 0 \end{array} \right.$$

Le graphique I.I. présente la figure obtenue.

Tous les points de doses d_A, d_B intérieurs au polygone de sommets $O M_1 M_2 M_3 M_4$ correspondent à une dose totale T inférieure à $T_M = 1\,000$ pour les 3 régimes.

Pour les points de segment $M_1 M_2$, c'est la population ayant le régime alimentaire n° 2 qui se trouve en exposition critique, avant les deux autres : de M_2 à M_3 , c'est la population 3 ; de M_3 à M_4 , c'est la population 1.

On ne peut en dire davantage si on ne peut préciser selon quelle trajectoire une situation donnée, représentée en son état actuel par le point \underline{S} à l'intérieur du polygone, va évoluer et aborder la zone critique, extérieure au polygone. Si \underline{S} suit la trajectoire SS' , on aura les limites maximales admissibles M'_A et M'_B . Si \underline{S} suit la trajectoire SS'' , on aura les limites M''_A, M''_B , différentes.

Précisons le calcul dans ce cas simple. Soit U un paramètre symbolisant l'évolution de la situation, depuis la situation observée jusqu'à la situation critique et au-delà.

Posons :

$$(I.6) \quad d_A = h_A(U) \text{ et } d_B = h_B(U)$$

Ce sont les équations paramétriques de la trajectoire. Soit U_M la valeur correspondant au seuil de passage dans la zone critique. Il suffit, pour déterminer U_M de revenir aux inégalités (I.4), ce qui donne :

$$(I.7) \quad \begin{cases} a_1 h_A(U) + b_1 h_B(U) = T_1 < T_M \\ a_2 h_A(U) + b_2 h_B(U) = T_2 < T_M \\ a_3 h_A(U) + b_3 h_B(U) = T_3 < T_M \end{cases}$$

soit encore en notations matricielles, en posant : $\underline{H} = \begin{pmatrix} h_A(U) \\ h_B(U) \end{pmatrix}$

$$(I.7 \text{ bis}) \quad \boxed{\underline{AD} = \underline{AH} = \underline{T} < \underline{T}_M}$$

Dans le plan (U,T) la première des courbes $T_1(U)$, $T_2(U)$, $T_3(U)$, etc... (exemple graphique 5.1) rencontrée par l'horizontale d'ordonnée T_M , fournit la valeur U_M cherchée, abscisse du point d'intersection. On en déduit ensuite :

$$(I.8) \quad \boxed{M_A = h_A(U_M) \text{ et } M_B = h_B(U_M)}$$

Reprenons l'exemple numérique précédent. Supposons que la situation de départ S soit caractérisée par $d_A = 1$ et $d_B = 6$ (coordonnées du point S).

Trajectoire SS' : Hypothèse d'homothétie générale : d_A et d_B restent toujours dans le rapport 1 à 6 quand U augmente.

$$d_A = U \quad d_B = 6 U$$

Les équations (I.7) sont ici :

$$\begin{cases} 100 U + 60 U = 160 U = T_1 < 1\ 000 \\ 50 U + 20 \times 6 U = 170 U = T_2 < 1\ 000 \\ 83,33 U + 16,67 \times 6 U = 183,3 U = T_3 < 1\ 000 \end{cases}$$

C'est le régime 3 qui passe le premier en zone critique, avec $183,3 U = 1\ 000$, d'où

$$U_M = 1\ 000 / 183,3 = 5,45$$

On en tire :

$$M'_A = 5,5 \text{ et } M'_B = 6 \times 5,45 = 33.$$

Ce sont les coordonnées du point où la droite SS' traverse le segment $M_2 M_3$ (graphique

I.I.).

Trajectoire SS''

Supposons que d_A croisse bien plus vite que d_B , sous une forme, par exemple :

$$d_A = U^2 \quad \text{et} \quad d_B = 6 U$$

Les équations (I.7) sont ici :

$$\begin{cases} 100 U^2 + 60 U = T_1 < 1\,000 \\ 50 U^2 + 20 U = T_2 < 1\,000 \\ 83,33 U^2 + 16,67 U = T_3 < 1\,000 \end{cases}$$

C'est le régime I qui passe ici le premier en zone critique. U_M est alors la solution de :

$$100 U_M^2 + 60 U_M - 1\,000 = 0$$

On trouve $U_M = 2,88$ d'où $M''_A = 8$ au lieu de 5,5 et $M''_B = 17$ au lieu de 33.

Les valeurs sont les coordonnées du point où la trajectoire SS'' traverse le segment $M_3 M_4$ du contour polygonal (graphique I.I.).

II - CAS DE PLUSIEURS RADIONUCLIDES ET D'UNE SEULE SOURCE DE CONTAMINATION

Au polygone du graphique I.I succède un polyèdre convexe dans un espace à $p \times n$ dimensions, s'il y a p aliments à prendre en considération dans chaque régime et n radionuclides.

Dans cet espace, une situation actuelle quelconque est représentée comme précédemment par un point S , dont les coordonnées sont les doses délivrées par chacun des radionuclides par unité de poids des aliments considérés. Il y a donc maintenant $p \times n$ variables à prendre en considération simultanément.

L'obligation reste entière de déterminer comment les diverses concentrations vont évoluer respectivement vers la zone critique, c'est-à-dire par quel point de quelle face du polyèdre convexe la trajectoire du point S va pénétrer dans l'espace extérieur au polyèdre.

On peut recourir, comme précédemment, à un paramètre symbolique U qui sert à fixer les équations de la trajectoire et déterminer U_M de la même façon à partir des équations donnant la dose totale délivrée à l'organe pris comme référence ou à l'organisme entier, selon le cas, et des courbes $T(U)$ du plan (U, T) (graphique 5.I). Il peut y avoir éventuellement plusieurs horizontales Y_m à prendre en considération simultanément.

Soit $A_1 \dots A_2 \dots A_i \dots A_p$ les aliments (avec $i = 1, 2 \dots p$). Supposons qu'il y ait K régimes. Dans le régime $n^{\circ} k$ (avec $k = 1, 2 \dots K$), les aliments sont représentés en quantités $a_{k1} \dots a_{ki} \dots a_{kp}$. Appelons A la matrice ($K \times p$) de ces quantités dont chaque ligne correspond à un régime. Soit d_{is} la dose délivrée par unité de poids de l'aliment i par le radionuclide s (avec $s = 1, 2 \dots p$).

La dose totale D_i délivrée par le produit i , par la conjonction des n radionuclides qu'il contient, est :

(2.0) -

$$D_i = d_{i1} + \dots + d_{is} + \dots + d_{in}$$

Soit \underline{D} le vecteur ($p \times I$) des doses délivrées par les unités de poids de p produits.

(2.1) -

$$\underline{D}' = (D_1 \dots D_i \dots D_p)$$

Soit \underline{T} le vecteur ($K \times I$) des doses totales délivrées par chaque régime. Le système (I.4) devient

(2.2), ex. (1.4 bis) :

(2.2.) -

$$\underline{AD} = \underline{T} \leq \underline{T}_M$$

Avec \underline{A} ($K \times p$) matrice des quantités a d'aliments consommés. L'introduction de la trajectoire d'évolution revient à substituer à chaque terme d_{is} son expression en fonction de U .

Cette expression fait intervenir la concentration par unité de poids :

(2.3) -

$$r_{is} = \varphi_{is}(U)$$

laquelle est multipliée par un coefficient θ_{is} permettant de passer de la concentration r à la dose d ou bien à la variable de travail qui lui est éventuellement substituée (cf. application).

L'élément D_i (2.0) de \underline{D} (2.1) devient, dans ces conditions :

(2.4) -

$$D_i = \sum_{s=1} \theta_{is} \varphi_{is}(U) = f_i(U)$$

Le vecteur \underline{D} ($p \times 1$) devient le vecteur \underline{F} ($p \times 1$). Le vecteur \underline{T} (U) des doses totales résultantes s'écrit alors :

(2.5) -

$$\underline{A} \underline{F}(U) = \underline{T}(U) \leq \underline{T}_M$$

III - CAS DE PLUSIEURS RADIONUCLIDES ET DE PLUSIEURS SOURCES SIMULTANÉES DE CONTAMINATION.

Il s'agit du problème production-consommation, c'est-à-dire du cas très concret où l'alimentation des K populations différenciées par leur régime alimentaire provient de différentes zones caractérisées éventuellement par des procédés différents de contamination. Supposons qu'il y ait, par exemple, 3 zones principales de production à retenir.

Dans chacun des K régimes alimentaires, on doit faire la part quantitative des aliments en provenance des trois zones et suivre séparément leur contamination.

La matrice \underline{A} ($K \times p$) se trouve donc triplée ($K \times 3p$) et peut se partager en 3 matrices \underline{A}_1 , \underline{A}_2 et \underline{A}_3 chacune ($K \times p$) caractérisant la zone d'origine :

(3.1) -

$$\underline{A} = (\underline{A}_1 \quad \underline{A}_2 \quad \underline{A}_3)$$

Chaque aliment se scinde en trois parts d'origines différentes avec chacune ses caractéristiques de contamination. Le vecteur \underline{F} ($p \times 1$) triple donc également et devient un vecteur ($3p \times 1$) qui peut se partager en trois vecteurs \underline{F}_1 , \underline{F}_2 , \underline{F}_3 , chacun correspondant aux trois trajectoires composantes. Le système d'ensemble devient :

$$(3.2) - \quad (\underline{A}_1 \underline{A}_2 \underline{A}_3) \begin{pmatrix} \underline{F}_1 \\ \underline{F}_2 \\ \underline{F}_3 \end{pmatrix} = \underline{T} < \underline{T}_M$$

On ne peut aboutir à une détermination de niveaux maximaux admissibles que si les trois systèmes latents de contamination sont en inter-relations ce à quoi on peut s'attendre pour une évolution sur longue période.

Dans ce cas, la surveillance de la consommation, en une région donnée, sous réserve d'introduire pour un même produit des catégories différentes correspondant aux origines différentes, doit conduire, par le système (3.2) à la détermination de la valeur maximale \underline{U}_M du paramètre symbolique, correspondant à la résultante des trajectoires latentes et, enfin, à la détermination des niveaux maximaux admissibles pour chacun des produits figurant dans les catégories $\underline{A}_1 \underline{A}_2 \underline{A}_3$, compte tenu de leur origine.

IV - APPLICATION NUMERIQUE ¹⁾

Les données numériques dont on disposera ne seront jamais que fragmentaires. Il convient donc d'examiner comment on peut utiliser de telles données. Nous prendrons, pour la contamination, un ensemble de données actuellement disponibles d'origine britannique, relatives au strontium et césium (tableau 4.1) et, pour les régimes alimentaires, une série de régimes nationaux complétés d'un régime extrait d'une enquête actuellement en cours sur l'alimentation d'une région de BRETAGNE (tableau 4.2). Ces données ont été rassemblées par le Dr.M. CRESTA.

Il s'agit, essentiellement, comme nous l'avons déjà dit, d'un exercice de calcul destiné à montrer comment on pourrait utiliser les mesures de contamination disponibles et une série de régimes différents. Les résultats numériques, sans être totalement dépourvus d'intérêt, ne présentent toutefois pas une grande valeur, car le matériel numérique de départ est pauvre et incomplet. L'intérêt principal de ce calcul est surtout de faire apparaître les lacunes qu'il faudra combler dans l'avenir pour aboutir à des estimations sérieuses.

La méthode précédente est exposée en termes de doses délivrées à l'organisme entier. Il suffit pour les calculs de remplacer les doses par les concentrations maximales admissibles pour l'eau considérée comme seul élément contaminé (CMA)_e ²⁾, pour une exposition professionnelle, publiées en 1959 par la Commission Internationale de Protection Radiologique (ICRP).

1) Remercions vivement le Service de Calcul Electronique du Centre d'Etudes Nucléaires de Fontenay-aux-Roses, pour l'aide très efficace qu'il a bien voulu nous apporter et, tout particulièrement, M. ROCHE et Mme RAPHALEN.

2) La quantité d'eau prise en considération, soit 2,2 litres par jour, correspond à la quantité moyenne d'eau contenue dans les aliments et dans les boissons, alors que le volume des boissons seul est de 1,5 litre en moyenne, environ.

Les (CMA)_e utilisées ici doivent être divisées par 10 pour le cas d'une population vivant dans le voisinage d'une "zone contrôlée", c'est-à-dire selon le vocabulaire actuel, d'une zone où existe une installation atomique, et par 100 pour la population générale. Les (CMA)_e non divisées relatives à une exposition professionnelle, sont :

$$\begin{aligned}
 \text{(4.1)} \quad (CMA)_e^{Sr} &= 4 \times 10^{-6} \mu\text{Ci/cm}^3 = 4\,000 \text{ pCi/kg} \\
 (CMA)_e^{Cs} &= 2 \times 10^{-4} \mu\text{Ci/cm}^3 = 200\,000 \text{ pCi/kg}
 \end{aligned}$$

Les régimes alimentaires sont relatifs à des consommations annuelles exprimées en kg (cf. tableau 4.2). La quantité d'eau à leur comparer est donc une quantité d'eau annuelle, soit $2,2 \times 365 = 803$ litres par an.

Soit maintenant K_{Sr} et K_{Cs} les coefficients radiobiologiques du strontium et du césium pour l'organisme entier. Ces coefficients permettent de passer de la quantité de radionuclide présente dans l'aliment à la dose délivrée à l'organe ou à l'organisme entier. La dose maximale admissible annuelle pour une exposition professionnelle continue est par définition:

$$\text{(4.2) - } (DMA) = V \times (CMA)_{Sr} \times K_{Sr} = V_e \times (CMA)_{Cs} \times K_{Cs}$$

On en tire :

$$\text{(4.3) - } K_{Sr} = \frac{(DMA)}{V_e \times (CMA)_{Sr}} \quad \text{et} \quad K_{Cs} = \frac{(DMA)}{V_e \times (CMA)_{Cs}}$$

Soit r la concentration d'un radionuclide dans un aliment et une série d'aliments $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_p$, en quantité $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_p$ dans un des régimes. On doit avoir, pour ce régime, l'inégalité correspondant à (I.4) :

$$\text{(4.4) } a_1 (r_{A_1, Sr} K_{Sr} + r_{A_1, Cs} K_{Cs}) + a_2 (r_{A_2, Sr} K_{Sr} + r_{A_2, Cs} K_{Cs}) + \dots \leq (DMA)$$

En remplaçant K_{Sr} et K_{Cs} par leur expression (4.3), en éliminant (DMA) qui se trouve maintenant des deux côtés de l'inégalité et en multipliant enfin par V_e des deux côtés, on a :

$$\text{(4.5) } a_1 \left(\frac{r_{A_1, Sr}}{(CMA)_{Sr}} + \frac{r_{A_1, Cs}}{(CMA)_{Cs}} \right) + a_2 \left(\frac{r_{A_2, Sr}}{(CMA)_{Sr}} + \frac{r_{A_2, Cs}}{(CMA)_{Cs}} \right) + \dots \leq V_e$$

Les coefficients indiqués précédemment sont donc égaux ici à :

$$\text{(4.5) bis } \begin{cases} \theta_{Sr} &= 1/(CMA)_{Sr} \\ \theta_{Cs} &= 1/(CMA)_{Cs} \end{cases}$$

Les (CMA) sont celles publiées par l'ICRP pour une exposition professionnelle, à diviser par 10 ou par 100 selon la population étudiée, on l'a vu. Pour le calcul, ce qui revient au même, nous ferons porter cette correction sur la quantité V_e , c'est-à-dire sur le volume d'eau annuel, qui sera divisé par 10 ou par 100, les CMA des dominateurs de (4.5) et (4.5 bis) conservant alors les valeurs publiées par l'ICRP pour une exposition professionnelle.

Voyons maintenant la trajectoire d'évolution. Les concentrations r retenues pour l'exemple sont données dans le tableau 4.1.

L'hypothèse d'une trajectoire correspond à une homothétie générale doit être écartée :

1° - La concentration du strontium croît beaucoup plus vite, d'une manière exponentielle, dans les pommes de terre que dans le lait (graphique 4.1).

2° - Elle croît beaucoup plus vite, d'une manière exponentielle, dans la catégorie "légumes" que dans la catégorie "pommes de terre" (graphique 4.2).

3° - Pour les autres aliments, on peut adopter une hypothèse de croissance proportionnelle, soit que l'examen des chiffres disponibles le suggère, soit que l'on manque d'indications, cette hypothèse étant alors la plus simple à retenir, provisoirement.

On doit noter enfin qu'on manque d'indication sur certains postes des régimes (boissons, etc...). Nous reviendrons sur ce point plus loin.

L'examen des graphiques précédents montre donc que les fonctions $\varphi(U)$ à retenir sont de la forme :

$$(4.6) - \boxed{r = B U}$$

ou bien :

$$(4.7) - \boxed{r = 10^{BU} - 1}$$

Le - 1 figurant dans la forme (4.7) est introduit pour obtenir $r = 0$ pour $U = 0$ dans (4.7) comme dans (4.6).

Pour déterminer les coefficients B et les valeurs U, deux méthodes d'estimation peuvent être envisagées :

V - METHODE 1 - ESTIMATION DE B ET U PAR UN SYSTEME LINEAIRE

Posons pour les observations relevant d'une fonction (4.7) :

$$(5.1) - \boxed{Y = \log_{10} (r + 1)}$$

Puis :

$$(5.2) \quad \boxed{y = \log_{10} r \text{ ou } \log Y}$$

si l'observation relève respectivement d'une fonction (4.6) ou (4.7).

Soit enfin :

$$(5.3) \quad \boxed{b = \log_{10} B \text{ et } u = \log_{10} U}$$

On est ramené de cette façon à l'estimation de variables u et b à partir d'un ensemble d'équations surabondantes de la forme :

$$(5.4) \quad y = u + b$$

Chacune des équations s'écrit :

$$(5.5) \quad y_{tj} = \hat{u}_t + \hat{b}_j + e_{tj}$$

avec $t = 1, 2 \dots N = 29$ (nombre d'observations multiples et $j = 1, 2, \dots m$ (nombre de lignes retenues dans le tableau 4.1 ; ici $m = 11$) ; \hat{u}_t et \hat{b}_j étant les valeurs estimées, et e_{tj} l'écart entre la valeur y_{tj} observée et la valeur \hat{y}_{tj} estimée. On a donc :

$$(5.6) - \quad \hat{y}_{tj} = \hat{u}_t + \hat{b}_j$$

On pourra donc obtenir les valeurs \hat{u}_t et \hat{b}_j en minimisant la somme des carrés des écarts :

$$(5.7) \quad \Psi = \sum_t \sum_j w_{tj} (y_{tj} - u_t - b_j)^2 = \sum_t \sum_j w_{tj} e^2_{tj}$$

w_{tj} étant les poids éventuellement différents des observations.

Le calcul peut être présenté de la manière suivante en vue d'une programmation sur ordinateur, par exemple.

Soit $\underline{y}' = (y_1 \dots y_R)$ le vecteur \underline{y} ($R \times I$) des R concentrations r disponibles, avec $R \ll m \cdot N$ (ici $R = 120$),

$\underline{w} = (w_1 \dots w_R)$ la matrice diagonale ($R \times R$) des poids,

$\underline{x}' = (b_1 \ b_2 \dots b_m, u_1 \ u_2 \dots u_n)$ le vecteur \underline{x} ($m+N, I$) des inconnues,

\underline{C} = matrice ($R, m + N$) des combinaisons tj existantes, matrice d'éléments 1 ou 0,

$\underline{e}' = (e_1 \dots e_R)$ le vecteur \underline{e} ($R \times I$) des écarts.

Les équations (5.6) s'écrivent :

$$(5.8) - \quad \underline{y} = \underline{C}\underline{x} + \underline{e}$$

La quantité (5.7) se note :

$$(5.9) - \quad \Psi = \underline{e}' \underline{w} \underline{e}$$

Sa minimisation conduit au système :

$$(5.10) - \quad (\underline{C}' \underline{w} \underline{C}) \underline{\hat{x}} = \underline{C}' \underline{w} \underline{y}$$

Ce système (5.10) ne peut être résolu tel quel, car la matrice $(\underline{C}' \underline{w} \underline{C})$ est singulière et de rang $m + N - 1$. La valeur de l'une des inconnues reste arbitraire. Prenons u_N pour cette variable arbitraire.

Soit alors \underline{C}_1 ($R, m + N - 1$) la matrice \underline{C} ($R, m + N$) amputée de sa dernière colonne u_N ; \underline{x}_1 ($m + N - 1, 1$) le vecteur \underline{x} ($m + N, 1$) amputé de sa dernière inconnue u_N . Le système à résoudre est finalement :

$$(5.11) - \quad (\underline{C}' \underline{w} \underline{C}_1) \underline{x}_1 = \underline{C}' \underline{w} \underline{y}$$

d'où les estimations :

$$(5.12) - \hat{x}_I = (C'_I w C_I)^{-1} C'_I w y$$

La solution complète \underline{x} étant :

$$(5.13) - \hat{x} = \underline{x}_1 + \underline{Q}u_N$$

avec \underline{Q} vecteur $(m + N - 1, 1)$ de composition :

$$(5.14) - \underline{Q}' = \left(\underbrace{+1 + 1 \dots + 1}_m \text{ fois} ; \underbrace{-1 - 1 \dots - 1}_{(N-1) \text{ fois}} \right)$$

Le vecteur \underline{Q} que l'on trouve ici s'est introduit lors de la détermination de \underline{C}_1 , la matrice \underline{C} étant singulière. On a en effet :

$$(5.16) - \underline{C} = \underline{C} (\underline{I} + \underline{Q}) \quad \text{avec } \underline{I} \text{ matrice d'ordre } \underline{m + N - 1}.$$

Les R concentrations \underline{r} étant celles figurant dans le tableau 4.I, on trouve pour les \hat{b}_j et les \hat{u}_i les valeurs figurant dans le tableau 5.I. La valeur arbitraire retenue pour u_N a été : 0,5, choisie pour de simples raisons de commodité.

Les valeurs des coefficients \hat{B}_j et les valeurs \hat{U}_t déduites des \hat{b}_j et des \hat{u}_t par (5.3) figurent dans le tableau 5.I.

Passons maintenant au calcul des niveaux maximaux, par le système (2.3).

La matrice \underline{A} ($K \times p$) est formée des éléments du tableau 4.2. Il y a $K = 6$ lignes correspondant à chacun des 6 régimes retenus pour l'application numérique, et $p = 7$ catégories de produits alimentaires : céréales, pommes de terre, etc...

Le vecteur \underline{D} ($p \times 1$) a pour éléments ici les quantités (2.4), soit :

$$(5.17) - \frac{r_{A.Sr}}{(CMA)_{Sr}} + \frac{r_{A.Cs}}{(CMA)_{Cs}}$$

Les (CMA) sont celles publiées par l'ICRP pour l'organisme entier et pour une exposition professionnelle, comme il a été dit.

\underline{D} cède la place au vecteur \underline{F} ($p \times 1$) de fonctions figurant dans (2.5) dont les éléments sont :

$$(5.18) - \frac{\varphi_{A.Sr}(U)}{(CMA)_{Sr}} + \frac{\varphi_{A.Cs}(U)}{(CMA)_{Cs}} = f_A(U)$$

Les fonctions $\varphi(U)$ figurent dans le tableau 5.2 et les composantes du vecteur \underline{F} ($p \times 1$) dans le tableau 5.3. Les θ de (2.4) sont données par (4.5 bis).

Le système d'inégalité (2.5) est donné dans le tableau 5.4. Les courbes $T(U)$ sont représentées sur le graphique 5.I. Une échelle logarithmique a été retenue pour l'ordonnée car les courbes $T(U)$ croissent très rapidement.

Les seuils limites sont $T'_M = 803/10 = 80,3$ pour une population de "zone contrôlée" et $T_M = 803/100 = 8,03$ pour la population générale. Ils sont franchis pour les valeurs de U suivantes :

Régime	1	2	3	4	5	6
Seuil T = 8,03 :	7,26	7,29	7,20	6,70	6,60 = U_M	8,0
Seuil T' = 80,3	10,78	10,76	10,66	10,10	9,93 = U'_M	11,5

Pour la population générale, le premier régime qui passe le seuil 8,03 est le régime n° 5, de type italien. Le passage s'effectue à la valeur $U_M = 6,60$.

Pour une population de "zone contrôlée", le premier régime qui passe le seuil 80,3 est le régime n° 5 également, avec la valeur $U'_M = 9,93$.

Les concentrations moyennes maximales admissibles des aliments en strontium et césium pendant 50 ans correspondant aux deux seuils T = 8,03 et T' = 80,3 sont données dans le tableau 5.5. Pour le seuil 8,03, on a par exemple pour le strontium des céréales (tableau 5.2) :

$$r_M = 1,7863 U_M = 1,7863 \times 6,60 = 11,79 \text{ et pour les pommes de terre :}$$

$$r_M = 10^{0,1656} U_M - 1 = 10^{0,1656} \times 6,60 - 1 = 11,39.$$

Les deux dernières colonnes du tableau 5.5 permettent de vérifier l'exactitude du calcul des r_M par application de (4.5) pour le régime 5 pour chacun des seuils ($U = 8,03$ et $U = 80,3$).

Les graphiques 5.2 à 5.10 montrent la correspondance existant entre les observations et la valeur du paramètre théorique U. Les nuages de points des graphiques 5.2 à 5.4 se séparent un peu de la droite de tendance. Il faut y voir l'effet des deux observations 23 et 24 qui sont des moyennes annuelles (tableau 4.1) et qui ont reçu, de ce fait, la pondération 12, alors que les 17 autres observations ont eu une pondération de 1 seulement : d'où le décalage du centre de gravité (graphique 5.3), par exemple.

La méthode 1 d'estimation minimise, de plus, les écarts relatifs des points à la trajectoire, indépendamment de la valeur absolue des observations. De ce fait, un écart de 10% sur une concentration de 5, par exemple, dans le graphique 5.3 soit 0,5 en écart absolu, pèse autant pour l'estimation de la trajectoire par la méthode 1 qu'un écart de 10% sur une concentration de 300 par exemple, soit 30 en écart absolue. L'estimation s'est faite dans un univers dont la métrique a été modifiée par le changement de variable (5.2). On peut saisir la déformation en comparant le graphique 5.3 et le graphique 5.11 relatifs aux mêmes observations, le strontium des choux (légumes et fruits).

VI - METHODE II - ESTIMATION DE B et U PAR UN SYSTEME NON LINEAIRE

Dans cette méthode, on utilise comme variable de travail :

(6.1) -

$$y = r \text{ et } y = \log_{10} (r + 1)$$

pour les variables relevant respectivement des fonctions (4.6) et (4.7). L'estimation repose sur un principe différent, et doit conduire à des séries B et U différentes. Appelons-les β et v pour éviter toute confusion.

Les valeurs de β et v sont déterminées de façon que les valeurs \hat{y} reconstituées par (4.6) et (4.7) minimisent la quantité :

$$(6.2) - \quad \Psi = \sum_j \sum_t w_{jt} (y_{jt} - \beta_j v_t)^2$$

Le minimisation de la quantité Ψ est obtenue par annulation des dérivés de Ψ par rapport à β_j et v_t , ce qui donne (w_{tj} ne variant qu'avec t):

$$(6.3) - \quad \beta_j = \frac{\sum_{t=1}^{n_j} w_t v_t y_{jt}}{\sum_t w_t v_t}^2$$

$$\text{et (6.4) -} \quad v_t = \frac{\sum_j \beta_j y_{jt}}{\sum_j \beta_j}^2$$

avec n_j = nombre d'observations multiples pour la colonne du tableau 4.I : n_j ce nombre pour la ligne j du même tableau et w_t = poids de l'observation t .

L'une des inconnues a une valeur arbitraire. Si les v sont définies à un facteur λ de proportionnalité près, ce facteur est $1/\lambda$ pour les β . On s'en rend compte aisément en examinant (6.2).

La convergence du processus d'itération est relativement lente. Une trentaine d'itérations ont été nécessaires pour obtenir la stabilisation de la 4ème décimale des β , nécessaire pour les coefficients des exponentielles notamment, en partant de la série des valeurs numériques U_t obtenues par la première méthode.

Les valeurs numériques v_t et β_j obtenues à la stabilisation figurent dans le tableau 6.I. La comparaison des U_t et des v_t est plus facile sur le graphique 6.I de correspondance. Les U_t ont tendance à être plus petits que les v_t lorsqu'on tend vers la zone critique, c'est-à-dire lorsque la contamination augmente. Il intervient en fait une question de métrique : la minimisation des écarts dans la méthode I est faite dans un espace courbe par rapport à celui de la méthode II (cf. graphique 5.3 et 5.II). Ceci est de relativement peu d'importance finalement, car on ne sort pas, dans les deux cas, du domaine de l'approximation.

Les concentrations maximales données par la méthode II par les v_t et β_j figurent dans le tableau 6.2. Les seuils critiques sont ici $v_M = 8,50$ pour la population générale (seuil $T = 8,03$) et $v'_M = 12,89$ pour une population de zone contrôlée (seuil $T' = 80,3$).

Le tableau 6.2 rappelle les résultats de la méthode I pour comparaison. On notera que les différences sont sensibles surtout pour les couples "radionuclides-produit" pour lesquels on a peu d'observations, de plus situées dans la zone de faible contamination : césium-lait, fromage, et viande, notamment. Les résultats des 2 méthodes doivent être assez voisins lorsque les observations s'étalent suffisamment le long de la trajectoire.

VII - COMMENTAIRES DES RESULTATS (TABLEAU 5.5.)

7.1 - Il s'agit de concentrations maximales moyennes observables pendant 50 ans, par définition. Il s'agit donc de moyennes. En d'autres termes, les observations isolées peuvent se disperser autour de ces valeurs moyennes en-deçà et au-delà, c'est-à-dire que certaines d'entre

elles peuvent franchir le seuil moyen. Il en existe de telles dans les données de l'exemple (graphiques 5.2 à 5.4).

7.2 - Il ne s'agit que d'un exercice de calcul, destiné à montrer comment on peut appliquer la méthode.

Les données de contamination et les interrelations dégagées sont relatives au territoire britannique (années 1959-1961). Les régimes sont les régimes nationaux de divers pays. Si dans le contexte britannique, il existait une fraction de la population qui suivait le régime alimentaire de type italien, ce serait cette fraction de la population qui franchirait la première le seuil d'exposition critique. Ceci montre, en tout cas, l'importance du régime alimentaire et la nécessité de connaître ces régimes pour déterminer les concentrations maximales admissibles des divers aliments, lesquelles ne peuvent pas être indépendantes des régimes.

7.3 - Le paramètre d'évolution U est un paramètre théorique condensant l'information sur le degré de contamination de la situation étudiée. Rien n'empêche naturellement de rapprocher la valeur U de celle d'un paramètre que l'on pourrait mesurer directement par ailleurs, une fonction de la concentration de certains radionuclides à la source même de la pollution par exemple.

On peut noter au passage que les données britanniques ne sont pas en désaccord avec un phénomène général de contamination qui serait à une seule dimension, saisie ici par le paramètre U. Il n'est toutefois pas exclu qu'une ou plusieurs dimensions supplémentaires latentes apparaissent le jour où on disposerait d'observations plus nombreuses. Le cas se produisant, le calcul des limites maximales se ferait dans un volume T (U, V W, etc...) au lieu de rester dans un plan T (U). Mais le problème ne se pose pas actuellement.

7.4 - Les concentrations utilisées sont relatives à des catégories alimentaires très larges. Pour les "fruits et légumes", de plus, il a été adopté des concentrations relatives aux choux. La catégorie "boissons" a été laissée de côté.

Il y aura lieu de reprendre ces calculs avec des données détaillées dès que l'on en disposera.

7.5 - Deux radionuclides seulement ont été considérés : strontium et césium. L'introduction de la catégorie "boissons" et celle de nouveaux radionuclides devrait avoir pour effet d'abaisser les niveaux maximaux figurant dans le tableau 5.5 par exemple, toutes choses restant égales d'ailleurs (voir plus loin, sensibilité des résultats).

7.6 - Certaines composantes de la trajectoire (tableaux 5.2 ou 6.1) sont mal déterminées. On s'en rend compte en examinant les graphiques (5.5 à 5.10) qui rapprochent les concentrations observées des valeurs du paramètre U. Le nombre d'observations y est réduit. De plus, elles sont groupées entre $U = 0$ et $Y = 5$. L'extrapolation au seuil critique a donc lieu à grande distance. Enfin, une évolution rectiligne a été retenue comme hypothèse de calcul, faute d'indication, dans plusieurs cas.

VIII - INFLUENCE DES VARIATIONS DE COMPOSANTES DE LA TRAJECTOIRE.

Nous nous proposons ici d'explorer la variation des concentrations maximales admissibles trouvées pour les aliments si on prend une trajectoire un peu différente de la trajectoire précédemment déterminée.

Méthode directe -

Les formes retenues pour les composantes de la trajectoire sont les formes (4.6) et (4.7). Les paramètres à faire varier sont les B. Lorsqu'ils varient, les équations et leurs termes (5.18) varient, d'où de nouvelles courbes T (U) et de nouvelles valeurs U_M dans (4.6) ou (4.7), d'où enfin, en partant des nouvelles valeurs U_M dans (4.6) ou (4.7), les concentrations maximales modifiées. On peut effectuer le calcul directement, selon le cheminement qui vient d'être décrit, et comparer les nouveaux résultats obtenus aux anciens.

Exemple : supposons qu'on affecte une fonction $\varphi(U)$ linéaire au poste "boisson" pour le strontium et pour le césium, avec les pentes suivantes d'évolutions (correspondant à celles du lait) :

Strontium-boisson : $r = 3 U$

Césium-boisson : $r = 8 U$

Prenons 547 litres de boisson par an, soit 1,5 litre par jour environ. La fonction f (U) correspondante donnée par (5.18) est :

$$(8.1) - f(U) = \frac{3 U}{4\ 000} + \frac{8 U}{200\ 000} = 0,79 U/1\ 000$$

Cette fonction est à substituer aux zéros figurant actuellement dans le tableau 5.3, à la ligne "Boissons". Le tableau 5.4 des équations T (U) devient le tableau 8.1.

Le régime 5 de type italien reste en tête, puisque les T (U) des divers régimes se trouvent augmentés uniformément de la quantité

$$547 \times 0,79 / 1\ 000 = 0,4321 U.$$

On trouve approximativement $U_M = 6,0$ au lieu de 6,6 pour le seuil $T = 8,03$ et $U'_M = 9,86$ au lieu de 9,93 précédemment pour le seuil $T' = 80,3$.

Les nouvelles concentrations maximales admissibles sont données dans le tableau 8.2 (colonnes I et 3). Pour la population générale, les diminutions les plus sensibles sont relatives au poste "Pomme de terre" : 9,9 au lieu 11,4 soit 1/7 en moins, et au poste "légumes et fruits" : 81,7 au lieu de 125,9, soit une diminution de 1/3. Les autres variations sont faibles, de même que celles concernant la population de "zone contrôlée".

Méthode différentielle -

Cette méthode, moins directe, a l'avantage de donner plus rapidement des résultats si on veut essayer une série d'hypothèse de variations pour la contamination.

Supposons, pour simplifier, que la variation des courbes T (U) laisse en tête le régime critique trouvé antérieurement. En retenant les 14 lignes du tableau 4.1, l'équation déterminant U_M pour ce régime critique est de la forme (4.5)

$$(8.2) \quad g(U_M, B_1, B_2, \dots, B_{14}) = A_1 \theta_1 \varphi_1(U_M) + A_2 \theta_2 \varphi_2(U_M) + A_{14} \theta_{14} \varphi_{14}(U_M) - V_e = 0$$

Les A sont les quantités consommées ; les θ sont les coefficients I / (CMA) ; les $\varphi(U)$ sont les composants de la trajectoire antérieurement obtenue (tableau 5.2).

La différentielle de la fonction implicite g est :

$$(8.3) \quad \frac{\partial g}{\partial U_M} \cdot d U_M + \frac{\partial g}{\partial B_1} \cdot d B_1 + \dots + \frac{\partial g}{\partial B_{14}} \cdot d B_{14} = 0$$

avec :

$$(8.4) \quad \frac{\partial g}{\partial B} = A_\gamma \theta_\gamma \cdot U_M = \alpha_\gamma \cdot U_M \quad \text{pour (4.5), avec : } \gamma = 1, 4, 5 \text{ à } 14$$

$$(8.5) \quad \frac{\partial g}{\partial B} = 2,303 A_\delta \cdot \theta_\delta \cdot 10^{B_\delta} U_M \cdot U_M = \alpha_\delta \cdot U_M$$

pour (4.6) c'est-à-dire $\delta = 2$ et 3

Enfin :

$$(8.6) \quad \begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial U_M} &= \sum_\gamma A_\gamma \theta_\gamma B_\gamma + 2,303 \sum_\delta A_\delta \theta_\delta B_\delta \cdot 10^{B_\delta} U_M \\ &= \sum_\gamma \alpha_\gamma B_\gamma + \sum_\delta \alpha_\delta B_\delta \end{aligned}$$

On en tire :

$$(8.7) \quad d U_M = -U_M \cdot \frac{\sum \alpha \cdot dB}{\sum \alpha B} = U_M \sum C \cdot dB$$

en posant (8.8.)

$$C = \frac{\alpha}{\sum \alpha B}$$

Une fois $d U_M$ obtenu et le nouvel U_M , on calcule les concentrations maximales admissibles par les nouvelles fonctions $\varphi(U)$ dont les B, notés B', sont données par :

$$(8.9) \quad B' = B + dB$$

Reprenons l'exemple précédent avec une variation dB portant sur le poste "boissons" :
dB = + 3 pour le strontium et dB = + 8 pour le césium.

Les valeurs numériques des coefficients α définis par (8.4) et (8.5) sont données dans le tableau 8.3 pour les valeurs primitives $U_M = 6,60$ et $U'_M = 9,93$.

Seuls les coefficients "boissons" interviennent pour estimer dU_M et on obtient :

$$d U_M = 6,6 (3 \times 0,02635 + 8 \times 0,000 53) - 0,55$$

$$d U'_M = 9,93 (3 \times 0,002 379 + 8 \times 0,000 48) - 0,07$$

$$\text{soit } U_M = 6,60 - 0,55 = 6,05$$

$$\text{et } U'_M = 9,93 - 0,07 = 9,86$$

Pour une déviation aussi faible, l'approximation différentielle est bonne et les nouvelles valeurs U_M et U'_M sont identiques à celles données par la méthode précédente. Les concentrations maximales admissibles sont donc celles du tableau 8.1.

Le calcul différentiel peut naturellement être étendu à l'estimation de $d U_M$ lorsque le régime varie, c'est-à-dire les quantités a.

La comparaison des valeurs U limites pour les 6 régimes étudiés montre d'ailleurs bien la sensibilité du résultat à la composition du régime (page n° 12-12). Le régime n° 36 par exemple permettrait de supporter une contamination $U = 8,0$ de 20% plus élevée que le régime n° 5 de type italien. ¹⁾

IX - VUE D'ENSEMBLE ET CONCLUSION

9.1 - Une méthode est présentée qui permet de déterminer, dans une hypothèse quelconque d'évolution des contaminations respectives des éléments :

a) le régime alimentaire qui se trouve en situation critique, si plusieurs régimes sont à considérer simultanément ;

b) les concentrations maximales moyennes (sur 50 ans) des aliments pour les divers radionuclides en cause, lorsque la situation critique est atteinte par le régime le plus exposé. Des observations isolées peuvent franchir ce seul moyen (cf. graphiques 5.2 à 5.4p).

9.2 - Les données numériques disponibles sur la contamination des aliments ne seront jamais que fragmentaires. Deux méthodes sont présentées pour estimer les composantes de la trajectoire d'évolution que suggèrent les observations disponibles. La connaissance de la trajectoire permet seule de déterminer le régime alimentaire qui doit passer en zone critique le premier, entre plusieurs, et de déterminer les niveaux maximaux admissibles de contamination correspondants pour les aliments.

9.3 - Il importe d'estimer la sensibilité des concentrations maximales admissibles aux modifications de la trajectoire (précision des résultats obtenus dans le cadre des hypothèses du calcul ; essai d'un jeu d'hypothèses un peu différentes des premières ; introduction d'un nouvel

1) Signalons une étude récente relative à la détermination du régime de contamination minimale. J. BRACKEN "Mathematical programming controls for selection of diets to minimize lighter radionuclide intake" Public Health Service Publication n° 999 R 4 - Août 1963, WASHINGTON.

aliment ou d'un nouveau radionuclide, etc...) Deux méthodes sont suggérées, l'une directe, l'autre différentielle.

9.4 - Une application de ces diverses méthodes a été effectuée à titre d'exemple de calcul à partir de données de contamination d'origine britannique et de 6 régimes alimentaires différents de type européen.

Les résultats numériques obtenus n'ont qu'un intérêt secondaire, car les données de contamination sont trop incomplètes. De plus les régimes alimentaires sont trop "moyens".

L'intérêt de cette application numérique est d'abord d'avoir permis d'explorer les divers problèmes pratiques posés par l'application des méthodes théoriques (programmation sur ordinateur, etc.) et de présenter les solutions retenues, et ensuite, d'avoir mis en évidence une partie des défauts des observations disponibles.

9.5 - Les régimes alimentaires sont trop "moyens". Le cas échéant, il y a en effet intérêt à rechercher un régime alimentaire observé par une fraction importante de la population étudiée, et qui risque d'être plus rapidement critique que le régime moyen de l'ensemble de la population.

Des enquêtes alimentaires relatives à de tels régimes sont en cours pour les 6 pays de l'EURATOM.

9.6 - Indépendamment des régimes alimentaires, des lacunes importantes apparaissent en ce qui concerne les données de contamination.

Pour déterminer une trajectoire approximative d'évolution, c'est-à-dire les relations existant entre les contaminations des divers aliments, il faut disposer d'observations simultanées pour l'échantillon d'un produit donné, dosage simultané d'au moins 2 radionuclides ; pour un radionuclide donné, concentrations de plusieurs produits mesurées simultanément au même endroit et à la même date approximativement. L'idéal serait de pouvoir mettre un chiffre dans toutes les cases du tableau fondamental 4.1 et pour un nombre bien plus important de produits différents.

Cet idéal ne pourra jamais être atteint, mais il suffit de disposer d'un nombre suffisant de cases remplies, mieux réparties que celles du tableau 4.1. On voit par exemple -c'est une chance considérable déjà- qu'une ombre de liaison entre strontium et césium a pu être saisie grâce aux moyennes annuelles simultanées n° 23 et 24, relatives à une situation de contamination faible (U = 3,01 et 2,60).

Il aurait été du plus grand intérêt de disposer des valeurs du césium pour les observations n° 6 et 8 par exemple, qui correspondent à une contamination bien plus importante (U = 8,97 et 6,32) et pour lesquelles seul le dosage du strontium a été effectué.

La détermination des concentrations maximales admissibles dépend, pour l'avenir, de l'obtention d'un nombre suffisant d'observations multiples. Cela suppose une action concertée des divers organismes qui effectuent actuellement des mesures de contamination (1).

Manuscrit reçu le 30 Octobre 1964

(1) Cela suppose probablement aussi une entente sur les méthodes de travail des divers organismes chargés de la collecte des produits et ensuite des dosages. Il nous a été ainsi impossible de compléter les observations du tableau 4.1, toutes d'origine britannique, par des observations d'autres origines, afin d'augmenter la mesure, même approximative, des interrelations de contamination entre aliments. Certaines des différences constatées dépassent manifestement des différences imputables à des niveaux de contamination. Le taux moyen de césium en ALLEMAGNE en 1961 pour les légumes, par exemple, varie entre 200 et 1000 pci par kg, alors qu'en ANGLETERRE le taux moyen de contamination des choux était 4 pci à la même époque.

TABLEAU 4.1 - CONCENTRATIONS OBSERVEES (5) (en pCi/kg)

I. -Strontium	Observations n° t																													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
Céréales																							5	5						
Pommes de terre	9	3	4	3	3	25	4	6	7	2	2	2	11	2	2	2	1	1	4	2	6	1	2	2						
Lég. et fruits (3)	38	15	32	31	12	246	8	38	28	3	11	7	76	19									8	8						
Lait	30	19	22	21	11	33	13	26	17	9	11	7	21	14	7	5	6	10	11	9	18	6	10	7						
Fromage (1)	150	95	110	105	55	165	65	130	85	45	55	35	105	70	35	25	30	50	55	45	90	30	49	43						
Viande	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
Eau + boissons	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
II. - Cesium																														
Céréales																							56	46	-	-	-	-	-	
Pommes de terre																							4	5	4	5	-	-	-	
Lég. et fruits (3)																							3	4	5	-	-	-		
Lait																							26	21	13	15	42	15	32	
Fromage (2)																							18	15	9	10	29	10	22	
Viande																							154	55	50	81	116	49	69	
Eau + boissons																							0	0	0	0	0	0	0	
Poids W_t	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	12	1	1	1	1	1	
U_t (estimé) ⁽⁴⁾	7,08	4,63	5,48	5,15	3,46	8,97	3,75	6,32	5,09	2,53	3,23	2,47	6,30	3,82	2,36	1,88	1,82	2,56	3,62	2,79	5,35	1,82	3,01	2,60	2,06	2,21	4,51	1,69	3,17	

(1) Estimation : lait multiplié par 5

(2) Estimation : lait x 0,7

(3) La contamination mesurée sur les choux a été affectée aux postes "légumes et fruits" des régimes alimentaires, pour l'application numérique.

(4) Méthode I

(5) Source : Agricultural research Council radiobiological Laboratory, Annual Report 1960, 1961, 1962.

TABLEAU 4.2 -

Matrice A (K x p) des régimes (K = 6 régimes et p = 7 catégories de produits alimentaires) - Consommation annuelle en kg.

	Céréales (1)	Pommes de terre (2)	Légumes (3)	Lait (4)	Fromages (5)	Viande (6)	Boisson (7)
Pays-Bas : 1	83	94	111	206	7	54	547
Allemagne : 2	85	133	113	152	7	61	"
Belgique : 3	91	139	121	153	6	70	"
France : 4	105	108	185	116	9	83	"
Italie : 5	142	50	213	64	8	34	"
Bretagne : 6 (1)	179	75	66	123	2	76	"

(1) - Régime moyen de 125 familles observées pendant les mois de Février - Mars et étendu arbitrairement à l'année pour l'application numérique.

TABLEAU 5.1 - Estimation des composantes B_j de la trajectoire d'évolution $\varphi(u)$ et du paramètre (U_t) de référence des observations.

	b_j ou u_t (1)	B_j ou U_t (2)
<u>Strontium</u>	(b_j)	(B_j)
$j =$ 1 Céréales	0,251 96	1,786 3
2 P. de terre	- 0,780 94	0,165 6 (exp.)
3 Choux	- 0,496 56	0,318 7 (exp.)
4 Lait	0,506 07	3,206
5 Fromage	1,226 07	16,830
<u>Cesium</u>		
6 Céréales	1,258 47	18,133
7 P. de terre	0,212 54	1,631
8 Choux	0,104 32	1,271 5
9 Lait	0,919 74	8,312
10 Fromage	0,764 38	5,813
11 Viande	1,502 31	31,791
<u>Observation n° t</u>	(u_t)	(U_t)
$t =$ 1	0,850 07	7,08
2	0,665 54	4,63
3	0,738 77	5,48
4	0,711 50	5,15
5	0,538 41	3,46
6	0,952 75	8,97
7	0,574 08	3,75
8	0,800 72	6,32
9	0,706 51	5,09
10	0,402 77	2,53
11	0,509 71	3,23
12	0,392 22	2,47
13	0,799 38	6,30
14	0,582 38	3,82
15	0,372 20	2,36
16	0,274 78	1,88
17	0,260 90	1,82
18	0,408 80	2,56
19	0,558 34	3,62
20	0,444 96	2,79
21	0,728 41	5,35
22	0,260 90	1,82
23	0,478 57	3,01
24	0,415 45	2,60
25	0,312 98	2,06
26	0,346 15	2,21
27	0,654 56	4,51
28	0,226 62	1,69
29	0,500 00(1)	3,17
	$\Sigma =$ 20,936 79	-

(1) En prenant $U_{29} = 0,5$ arbitrairement

(2) $B_j = \text{antilog } b_j$; $U_t = \text{antilog } u_t$

TABLEAU 5.2 - Trajectoire d'évolution : fonctions $\varphi(U)$ estimées (méthode I)

Catégorie	Strontium	Césium
Céréales	$r = 1,786\ 3\ U$	$r = 18,133\ U$
Pommes de terre	$r = 10^{0,1656\ U - 1}$	$r = 1,631\ U$
Légumes et Fruits	$r = 10^{0,3187\ U - 1}$	$r = 1,271\ 5\ U$
Lait	$r = 3,206\ U$	$r = 8,312\ U$
Fromage	$r = 16,830\ U$	$r = 5,813\ U$
Viande	$r = 0$	$r = 31,791\ U$
Boissons	$r = 0$	$r = 0$

TABLEAU 5.3 - Vecteur \underline{F} ($p \times I$) des fonctions-doses pour les $p = 7$ catégories de produits alimentaires (méthode I)

Catégories	Strontium	Césium	F (U)
Céréales	$\frac{1,7863 \text{ U}}{4\,000}$	$+$ $\frac{18,133 \text{ U}}{200\,000}$	$= 0,5372 \text{ U}/1\,000$
Pommes de terre	$\frac{10^{0,1656 \text{ U} - 1}}{4\,000}$	$+$ $\frac{1,631 \text{ U}}{200\,000}$	$= 10^{0,1656 \text{ U} - 3,60206} + 0,00815 \text{ U}/1\,000 - 0,00025$
Légumes et fruits	$\frac{10^{0,3187 \text{ U} - 1}}{4\,000}$	$+$ $\frac{1,2715 \text{ U}}{200\,000}$	$= 10^{0,3187 \text{ U} - 3,60206} + 0,00636 \text{ U}/1\,000 - 0,00025$
Lait	$\frac{3,206 \text{ U}}{4\,000}$	$+$ $\frac{8,312 \text{ U}}{200\,000}$	$= 0,8431 \text{ U}/1\,000$
Fromage	$\frac{16,830 \text{ U}}{4\,000}$	$+$ $\frac{5,813 \text{ U}}{200\,000}$	$= 4,2366 \text{ U}/1\,000$
Viande	0	$+$ $\frac{31,791 \text{ U}}{200\,000}$	$= 0,1590 \text{ U}/1\,000$
Boissons	0	$+$ 0	$= 0$

TABLEAU 5.4 - Système (2.5) des inégalités $A F = T (U) \ll T_M$

Régime

1	$0,2580 U + 94 \times 10^0,1656 U - 3,60206$	+	$111 \times 10^0,3187 U - 3,60206$	-	$0,051 = T_1 (U)$
2	$0,2150 U + 133 \times$	"	$113 \times$	"	$- 0,062 = T_2 (U)$
3	$0,2163 U + 139 \times$	+	$121 \times$	"	$- 0,065 = T_3 (U)$
4	$0,2076 U + 108 \times$	"	$185 \times$	"	$- 0,073 = T_4 (U)$
5	$0,1713 U + 50 \times$	"	$213 \times$	"	$- 0,066 = T_5 (U)$
6	$0,2214 U + 75 \times$	"	$66 \times$	"	$- 0,035 = T_6 (U)$

Note : T (U) doit être inférieur à 80,3 pour la population d'une "zone contrôlée" et à 8,03 pour la population générale, selon les seuils admis à l'heure actuelle.

TABLEAU 5.5 - Concentrations moyennes maximales admissibles en strontium et en césium correspondant aux seuils 8,03 (population générale) et 80,3 (population de "zone contrôlée") - Régime critique n° 5 de type italien.

<u>Strontium</u>	Population générale $U_M = 6,60$	Population "zone contrôlée" $U'_M = 9,93$	" a " Régime n° 5 (en kg)	$\frac{a}{(C M A)}$
Céréales	11,8	17,7	142	0,035 50
Pommes de terre	11,4	43,1	50	0,012 50
Légumes et fruits	125,9	1.461	213	0,053 25
Lait	21,2	31,8	64	0,016 00
Fromage	111,1	167,1	8	0,002 00
Viande	-	-	34	0,008 50
Boissons	-	-	547	0,136 75
<u>Césium</u>				
Céréales.....	119,7	180,1	142	0,000 710
Pommes de terre	10,8	16,2	50	0,000 250
Légumes et fruits	8,4	12,6	213	0,001 065
Lait	54,9	82,5	64	0,000 320
Fromage	38,4	57,7	8	0,000 040
Viande	209,8	315,7	34	0,000 170
Boissons	-	-	547	0,002 735

$$\sum \frac{a}{(C M A)} \cdot r = \quad 7,98 \quad 80,0$$

au lieu de : $(8,03)$ $(80,3)$

TABLEAU 6.1 - Comparaison des valeurs numériques U_t et B_j données par les méthodes I et II (notation v_t et β_j pour la méthode II).

Observations	Méthode I U_t	Méthode II v_t	Différence en %		Méthode I B_j	Méthode II β_j	Différence en %
1	7,08	9,67	+ 36%	<u>Strontium</u>	1,7863	1,6504	- 8%
2	4,63	6,12	+ 32%		(exp.) 0,1656	0,1334	- 20%
3	5,48	7,09	+ 29%		(exp.) 0,3187	0,2453	- 24%
4	5,15	6,77	+ 31%		3,206	3,0742	- 5%
5	3,46	3,54	+ 2%		16,830	15,5191	- 8%
6	8,97	10,63	+ 19%	<u>Cesium</u>	18,133	17,4135	- 4%
7	3,75	4,19	+ 12%		1,631	1,4625	- 10%
8	6,32	8,38	+ 33%		1,2715	1,1206	- 12%
9	5,09	3,48	+ 8%		8,312	8,4752	+ 2%
10	2,53	2,90	+ 15%		5,813	5,9041	+ 2%
11	3,23	3,54	+ 10%		31,791	40,0915	+ 26%
12	2,47	2,26	- 9%				
13	6,30	6,77	+ 8%				
14	3,82	4,51	+ 18%				
15	2,36	2,26	- 4%				
16	1,88	1,61	- 14%				
17	1,82	1,93	+ 6%				
18	2,56	3,22	+ 26%				
19	3,62	3,55	- 2%				
20	2,79	2,90	+ 4%				
21	5,35	5,80	+ 8%				
22	1,82	1,93	+ 6%				
23	3,01	3,64	+ 21%				
24	2,60	1,75	- 33%				
25	2,06	1,27	- 38%				
26	2,21	2,01	- 10%				
27	4,51	3,02	- 33%				
28	1,69	1,25	- 26%				
29	3,17	1,85	- 42%				

TABLEAU 6.2 - Estimation des niveaux maximaux admissibles par la méthode II (V_M)
 Comparaison avec les niveaux estimés par la méthode I (U_M)

	Population générale		Pop. de zone contrôlée	
	$v_M = 8,50$	($U_M = 6,60$)	$v'_M = 12,89$	($U'_M = 9,83$)
<u>Strontium</u>				
Céréales	14	(12)	21	(18)
Pommes de terre	13	(11)	51	(43)
Légumes et fruits	121	(126)	1 451	(1 461)
Lait	26	(21)	40	(32)
Fromage	132	(111)	200	(167)
<u>Cesium</u>				
Céréales	148	(120)	224	(180)
Pommes de terre	12	(11)	19	(16)
Légumes et fruits	9	(8)	14	(13)
Lait	72	(55)	109	(83)
Fromage	50	(38)	76	(58)
Viande	341	(210)	517	(316)

TABLEAU 8.1 - Système (2.5) des inégalités $\underline{AF} = \underline{T}(U) \leq \underline{T}_M$ après introduction
 d'une fonction $f(u) = 0,79 U/1\ 000$ pour le poste "boisson".
 (Tableau 5.4 modifié)

Régime :

1	0,6901 U + 94 x 10 ^{0,1656 U - 3,60206}	+ 111 x 10 ^{0,3187 U - 3,60206}	- 0,051 = T ₁ (U)
2	0,6471 U + 133 x	" + 113 x	" - 0,062 = T ₂ (U)
3	0,6484 U + 139 x	" + 121 x	" - 0,065 = T ₃ (U)
4	0,6397 U + 108 x	" + 185 x	" - 0,073 = T ₄ (U)
5	0,6034 U + 50 x	" + 213 x	" - 0,066 = T ₅ (U)
6	0,6535 U + 75 x	" + 66 x	" - 0,035 = T ₆ (U)

Note : voir tableau 5.4

TABLEAU 8.2 - Introduction de strontium et césium dans le poste "Boissons"

- Nouvelles concentrations moyennes maximales admissibles en strontium et en césium, correspondant aux seuils 8,03 (population générale) et 80,3 (population de "zone contrôlée").
- Régime critique n° 5 de type italien -

	Population générale			Population de "zone contrôlée"		
	Concentrations maximales			Concentrations maximales		
	Nouvelles (1)	Anciennes (2)	Différence en %	Nouvelles (3)	Anciennes (4)	Différence en %
	$U_M = 6,0$	6,6	- 9	$U'_M = 9,86$	9,93	- 0,7
<u>Strontium</u>						
Céréales	10,7	(11,8)	- 9	17,6	(17,7)	- 0,6
Pommes de terre	9,9	(11,4)	- 14	42,9	(43,1)	- 0,5
Légumes et fruits	81,7	(125,9)	- 35	1388	(1 461)	- 5,0
Lait	19,2	(21,2)	- 9	31,6	(31,8)	- 0,6
Fromage	101,0	(111,1)	- 9	165,9	(1 671)	- 0,6
Viande	0	0	0	0	0	0
Boissons	18,0	(0)	+	29,6	(0)	+
<u>Césium</u>						
Céréales	108,8	(119,7)	- 9	178,8	(180,1)	- 0,6
Pommes de terre	9,8	(10,8)	- 9	16,1	(16,2)	- 0,6
Légumes et fruits	7,6	(8,4)	- 9	12,5	(12,6)	- 0,6
Lait	49,9	(54,9)	- 9	82,0	(82,5)	- 0,6
Fromage	34,9	(38,4)	- 9	57,3	(57,7)	- 0,6
Viande	190,7	(209,8)	- 9	313,5	(315,7)	- 0,6
Boissons	48,0	(0)	+	78,9	(0)	+

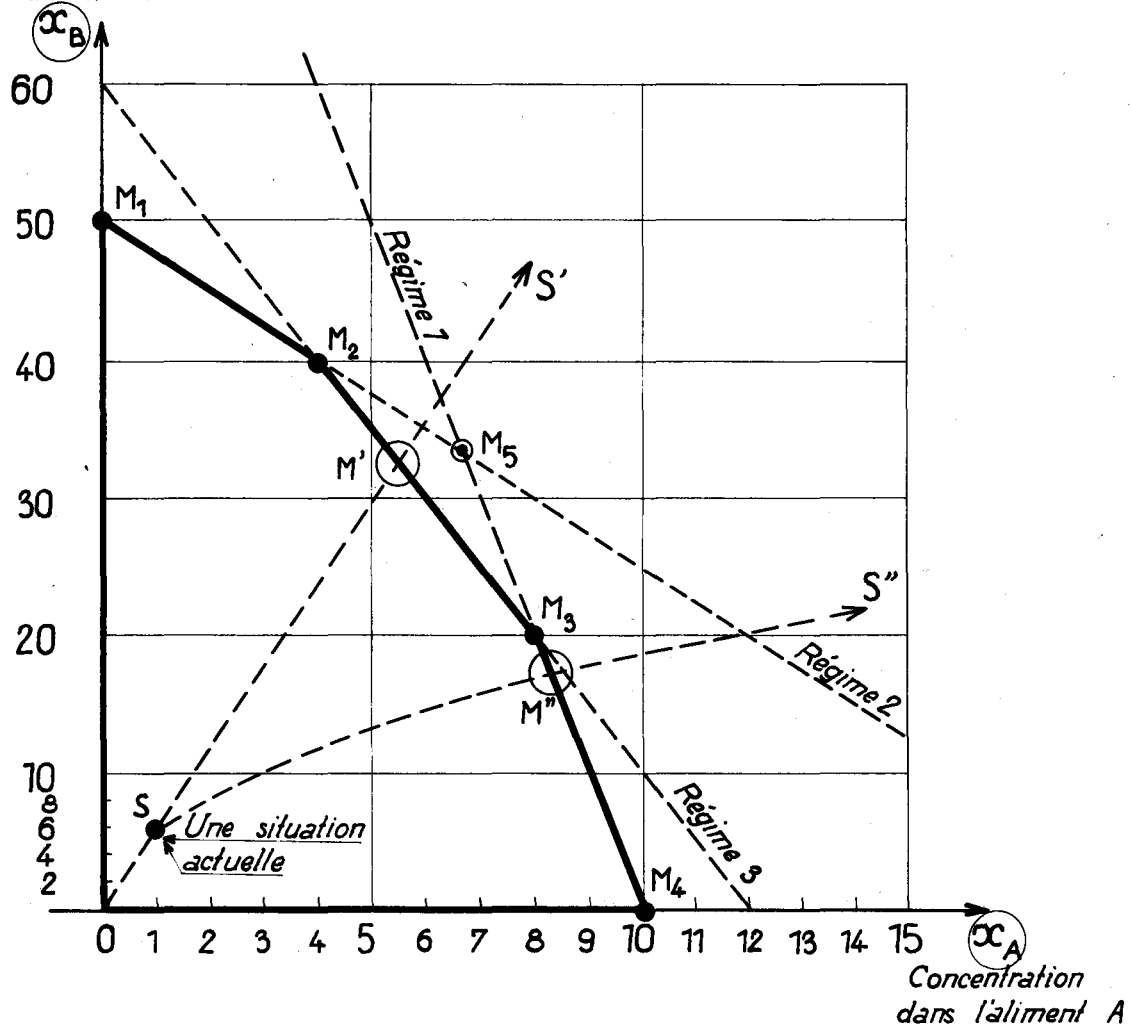
TABLEAU 8.3 - Valeurs numériques des coefficients α (8.4) et α' (8.5) pour les deux seuils $U_M = 6,60$ et $U'_M = 9,93$.

	"a" type italien	$U_M = 6,60$ 1000 α'	$U_M = 9,93$ 1000 α'	B	Coefficients de d B	
					$\frac{\alpha}{\Sigma \alpha B} = C$	$\frac{\alpha'}{\Sigma \alpha' B} = C'$
<u>Strontium</u>						
1-Céréales	142	35,5	35,5	1,786 3	0,006 84	0,000 617
2-Pommes de terre	50	356,65	1.278,45	0,165 6	0,068 72	0,022 237
3-Légumes et fruits	213	15.560,90	179.193,90	0,318 7	2,998 46	3,116 845
4-Lait	64	16	16	3,206	0,003 08	0,000 278
5-Fromage	8	2	2	16,830	0,000 39	0,000 035
6-Viande	34	8,5	8,5	0	0,001 64	0,000 148
7-Boissons	547	136,75	136,75	0	0,026 35	0,002 379
<u>Césium</u>						
8-Céréales	142	0,71	0,71	18,133	0,000 14	0,000 012
9-Pommes de terre	50	0,25	0,25	1,631	0,000 05	0,000 004
10-Légumes et fruits	213	1,065	1,065	1,271 5	0,000 21	0,000 019
11-Lait	64	0,32	0,32	8,312	0,000 06	0,000 006
12-Fromage	8	0,04	0,04	5,813	0,000 01	0,000 001
13-Viande	34	0,17	0,17	31,791	0,000 03	0,000 003
14-Boissons	547	2,735	2,735	0	0,000 53	0,000 048

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma \alpha B = 5,189 623 \\ \Sigma \alpha' B = 57,492 110 \end{array} \right.$$

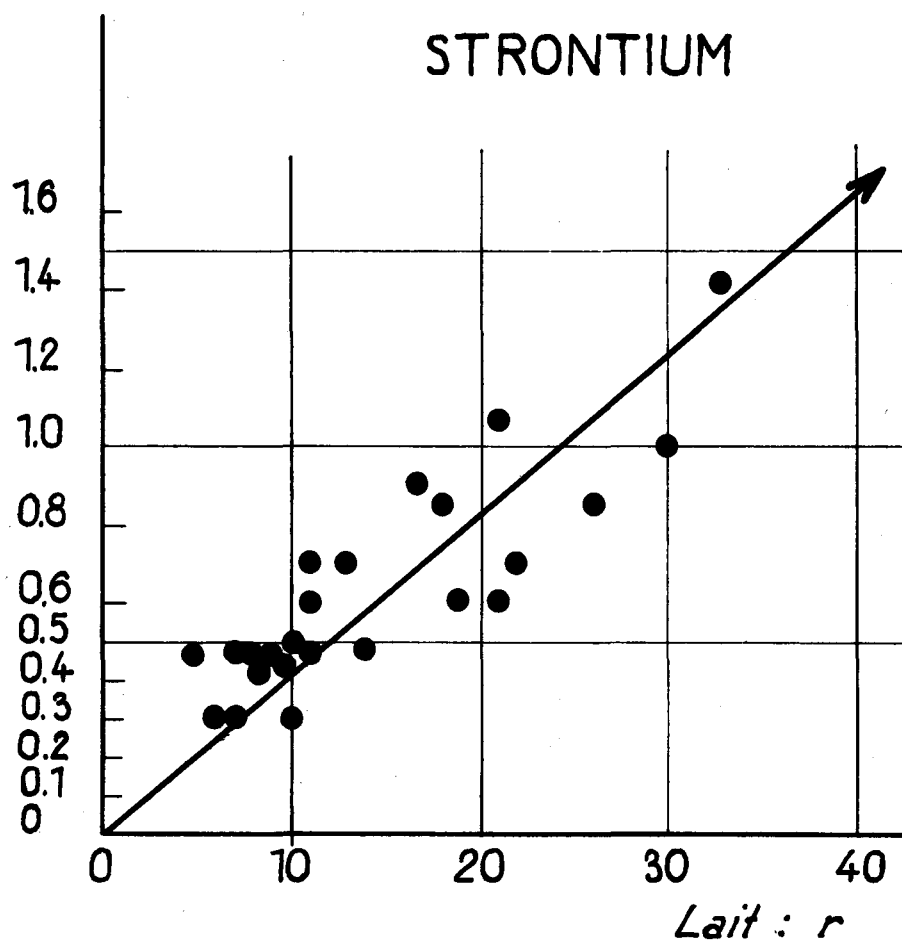
1) $\gamma = 1, 4, 5, \dots, 13, 14$; $\delta = 2$ et 3

Concentration dans l'aliment B



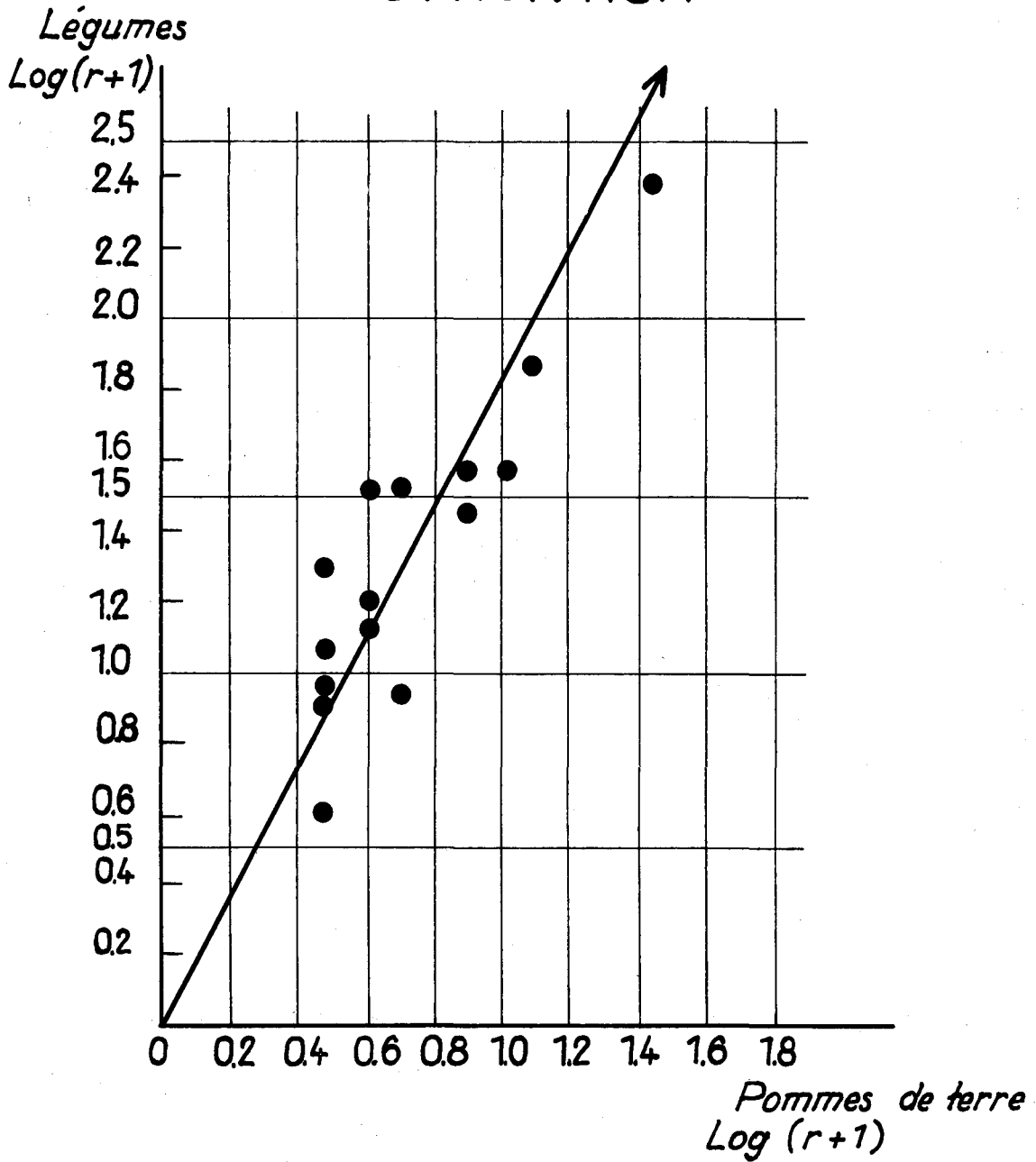
Graphique 1.1 : Cas d'un seul radionuclide et de trois régimes de deux aliments A et B

Pommes de terre
Log(r+1)

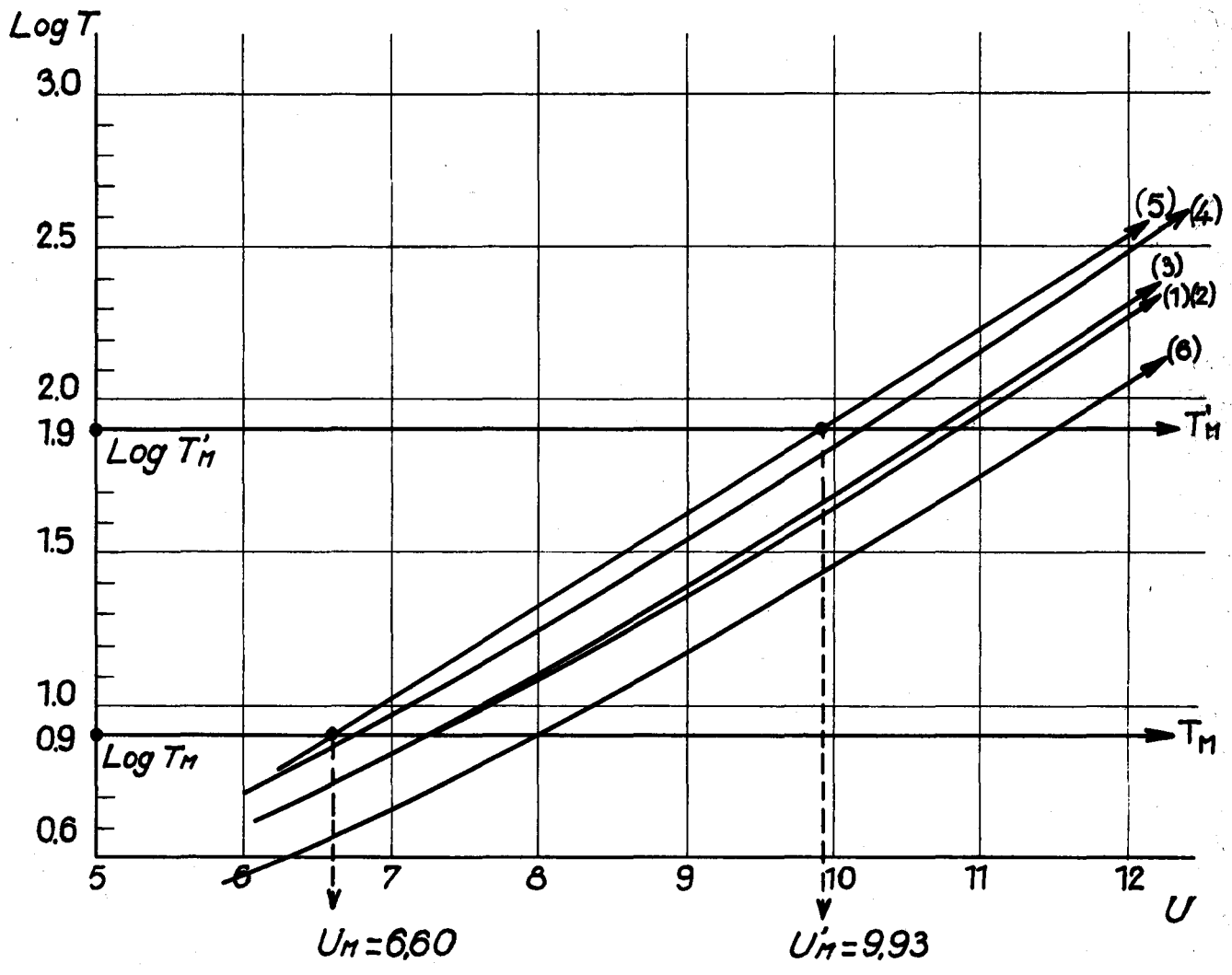


Graphique 4.1

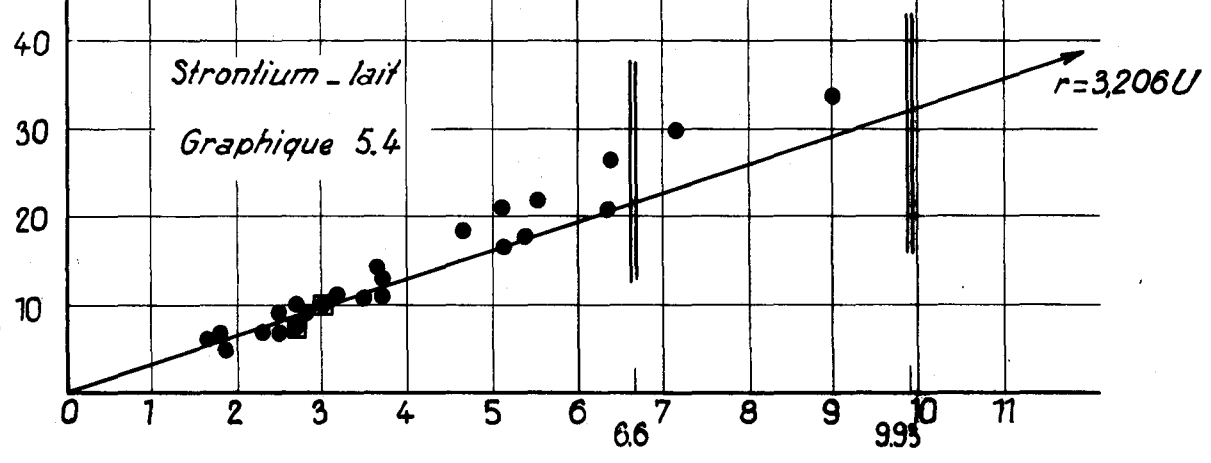
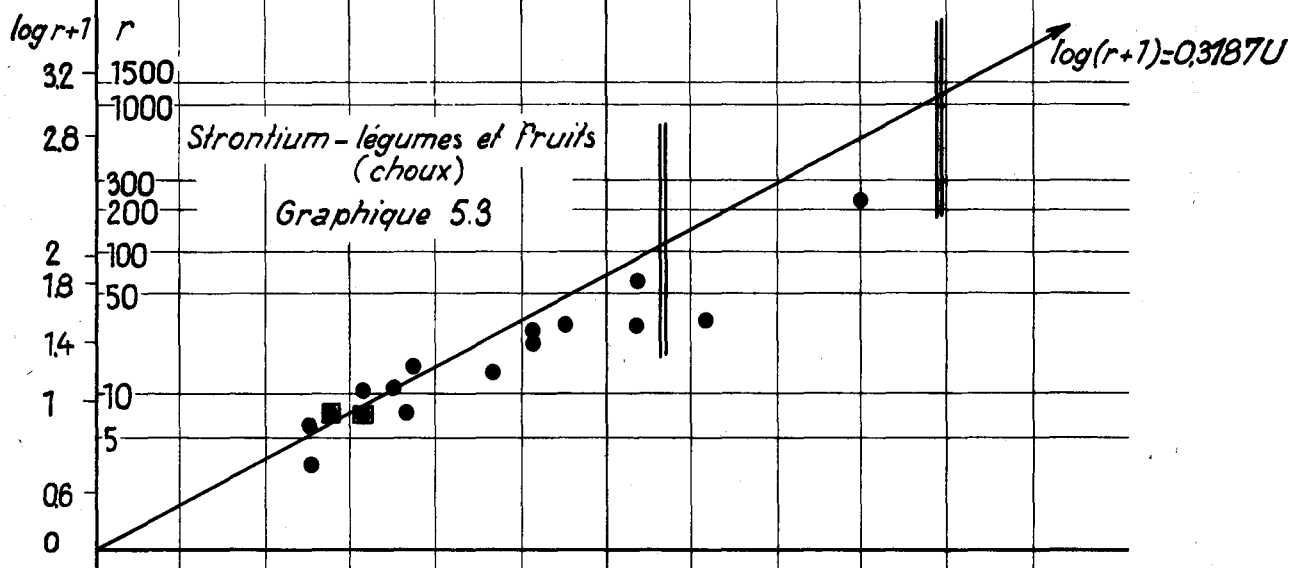
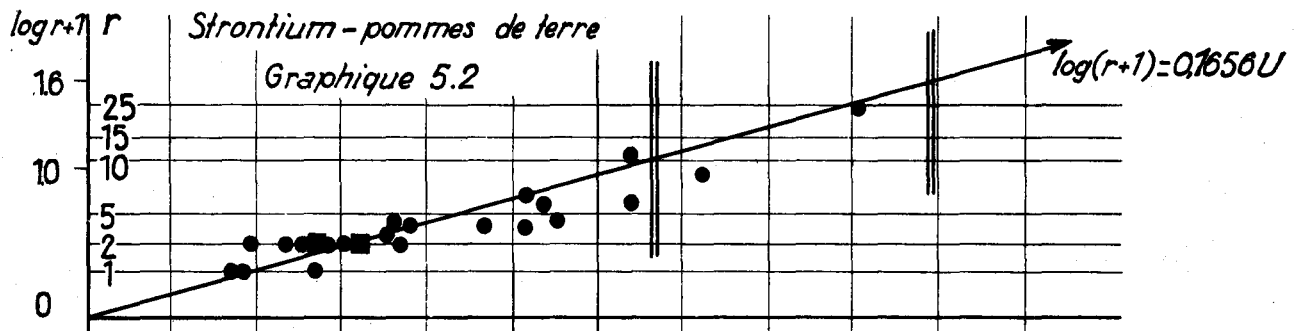
STRONTIUM



Graphique 4.2

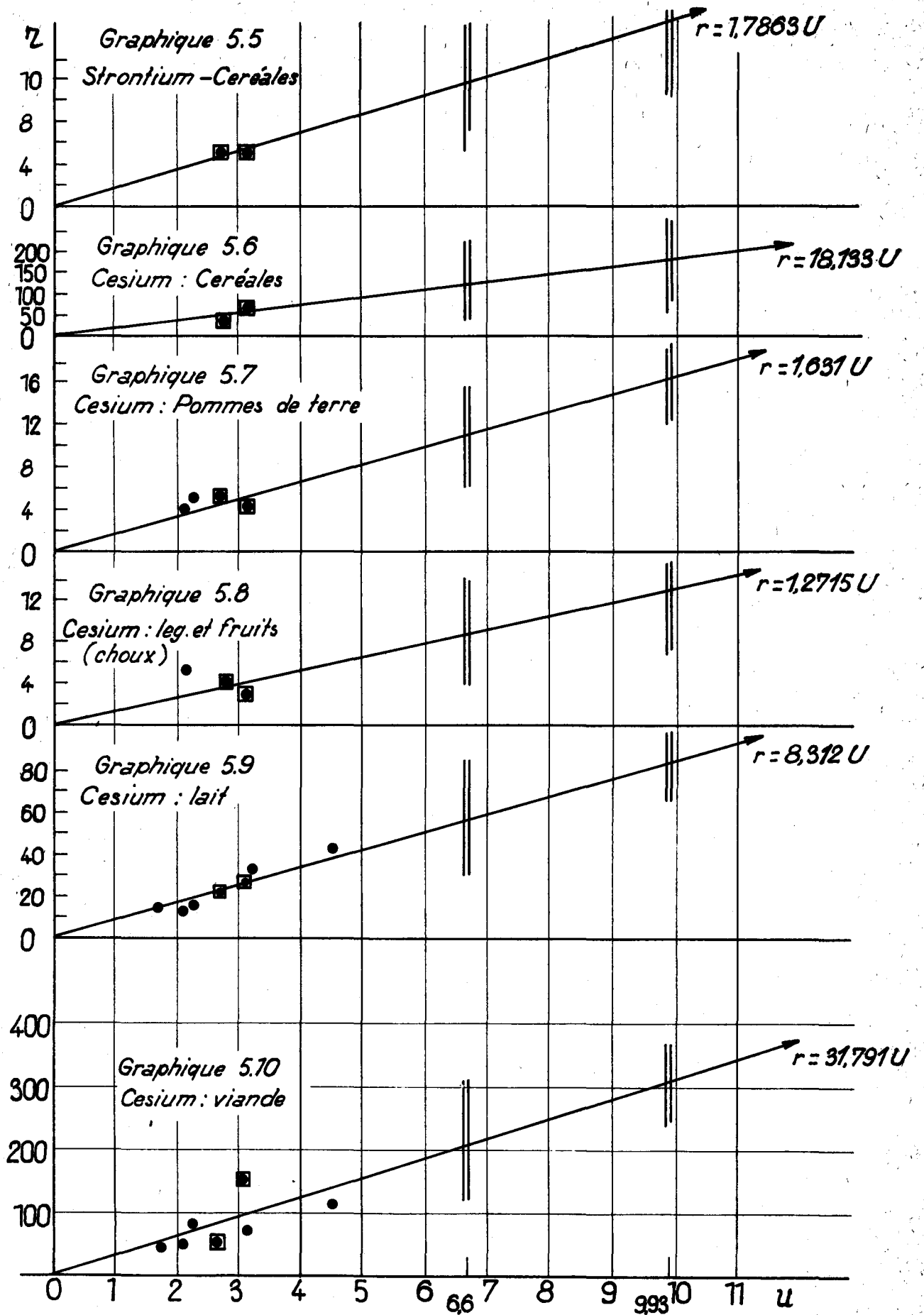


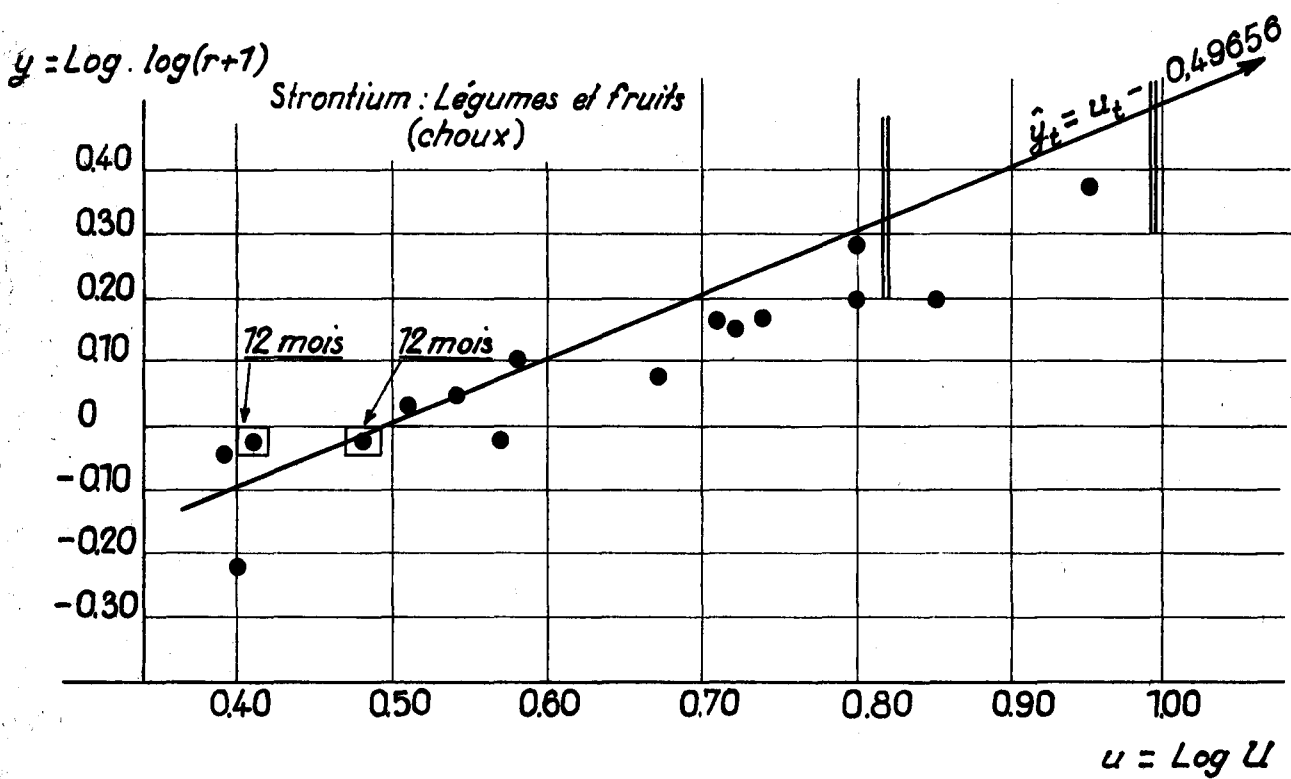
Graphique 5.1 : Courbes $T(U)$ - Détermination de U_M et U'_M par intersection avec les horizontales $T_M = 8.03$ et $T'_M = 80.3$



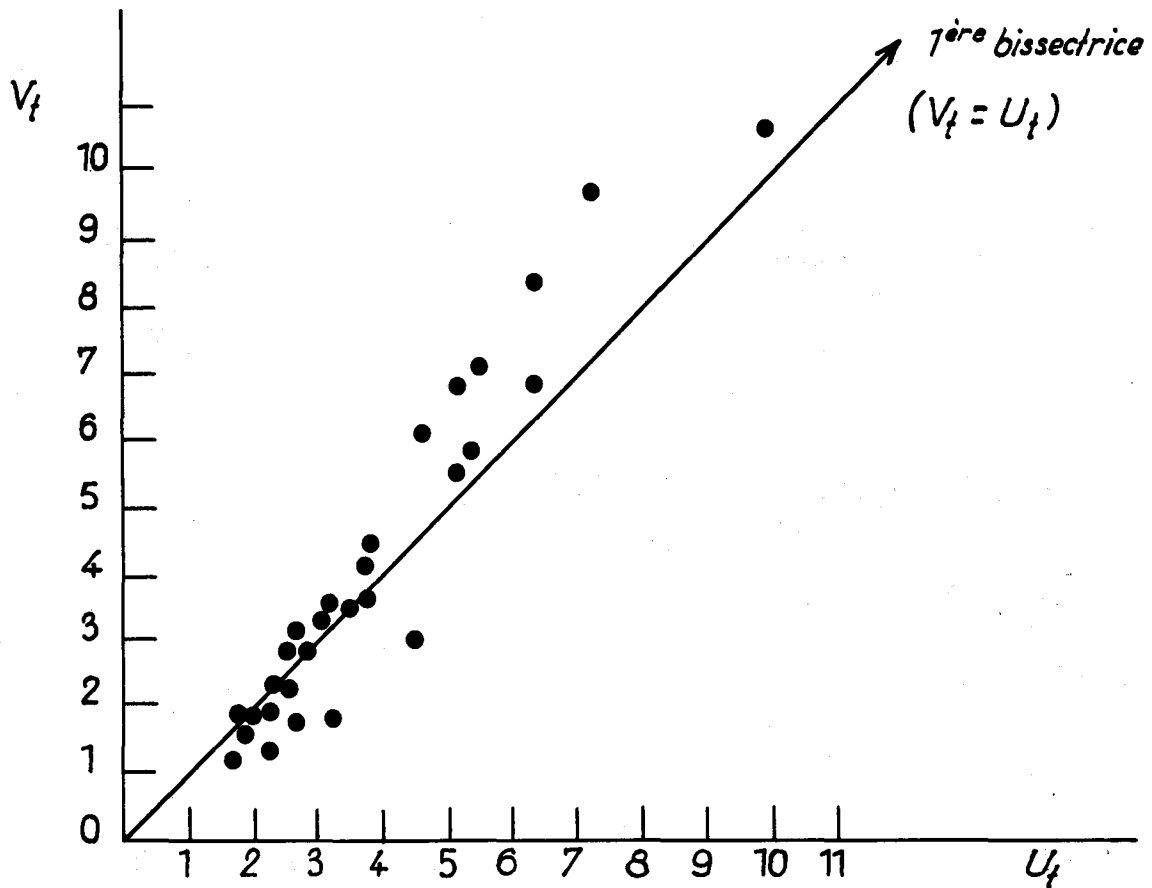
6.6

995

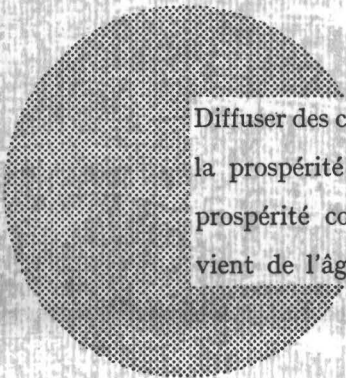




Graphique 5.11



Graphique 6-1: Correspondance entre les valeurs U_i et V_i du paramètre de la trajectoire (Méthode I et II) Tableau 6.1.



Diffuser des connaissances c'est distribuer de la prospérité — j'entends la prospérité collective et non la richesse individuelle — et cette prospérité contribue largement à la disparition du mal qui nous vient de l'âge des ténèbres.

Alfred Nobel

EURATOM — C.I.D.
51-53, rue Belliard
Bruxelles (Belgique)