

**EUR 519.d**

**REPRINT**

**EUROPÄISCHE ATOMGEMEINSCHAFT - EURATOM**

**DIE SELBSTREGELFÄHIGKEIT VON  
LEISTUNGSREAKTOREN**

von

**H. WUNDT**

**1964**



**Gemeinsame Kernforschungsstelle  
Forschungsanstalt Ispra - Italien  
Hauptabteilung Reaktorphysik  
Regelung und Automation**

**Sonderdruck aus  
NUKLEONIK  
Band 5, Heft 5 - 1963**

## HINWEIS

Das vorliegende Dokument ist im Rahmen des Forschungsprogramms der Kommission der Europäischen Atomgemeinschaft (EURATOM) ausgearbeitet worden.

Es wird darauf hingewiesen, dass die Euratomkommission, ihre Vertragspartner und alle in deren Namen handelnden Personen:

- 1° — keine Gewähr dafür übernehmen, dass die in diesem Dokument enthaltenen Informationen richtig und vollständig sind oder dass die Verwendung der in diesem Dokument enthaltenen Informationen oder der in diesem Dokument beschriebenen technischen Anordnungen, Methoden und Verfahren nicht gegen gewerbliche Schutzrechte verstößt;
- 2° — keine Haftung für die Schäden übernehmen, die infolge der Verwendung der in diesem Dokument enthaltenen Informationen oder der in diesem Dokument beschriebenen technischen Anordnungen, Methoden oder Verfahren entstehen könnten.

*This reprint is intended for restricted distribution only. It reproduces, by kind permission of the publisher, an article from "NUKLEONIK", Band 5, Heft 5 - 1963, 208-213. For further copies please apply to Springer-Verlag — 69 Heidelberg 1 - Postfach 3027 (Deutschland).*

*Dieser Sonderdruck ist für eine beschränkte Verteilung bestimmt. Die Wiedergabe des vorliegenden in „NUKLEONIK“, Band 5, Heft 5 - 1963, 208-213 erschienenen Aufsatzes erfolgt mit freundlicher Genehmigung des Herausgebers. Bestellungen weiterer Exemplare sind an Springer-Verlag — 69 Heidelberg 1 - Postfach 3027 (Deutschland), zu richten.*

*Ce tiré-à-part est exclusivement destiné à une diffusion restreinte. Il reprend, avec l'aimable autorisation de l'éditeur, un article publié dans le «NUKLEONIK», Band 5, Heft 5 - 1963, 208-213. Tout autre exemplaire de cet article doit être demandé à Springer-Verlag — 69 Heidelberg 1 - Postfach 3027 (Deutschland).*

*Questo estratto è destinato esclusivamente ad una diffusione limitata. Esso è stato riprodotto, per gentile concessione dell'Editore, da «NUKLEONIK», Band 5, Heft 5 - 1963, 208-213. Ulteriori copie dell'articolo debbono essere richieste a Springer-Verlag — 69 Heidelberg 1 - Postfach 3027 (Deutschland).*

*Deze overdruk is slechts voor beperkte verspreiding bestemd. Het artikel is met welwillende toestemming van de uitgever overgenomen uit „NUKLEONIK“, Band 5, Heft 5 - 1963, 208-213. Meer exemplaren kunnen besteld worden bij Springer-Verlag — 69 Heidelberg 1 - Postfach 3027 (Deutschland).*

## **Die Selbstregelfähigkeit von Leistungsreaktoren**

Von **H. WUNDT**

(Aus der Gemeinsamen Kernforschungsstelle EURATOM, Ispra, Italien)

Mit 1 Textabbildung

*(Eingegangen am 9. November 1962)*

*Zusammenfassung.* Die stationäre Behandlung der kinetischen Gleichungen, zusammen mit einigen Gleichungen für die Wärmeabfuhr, führt auf ein lineares algebraisches Gleichungssystem, dessen Lösungen die Änderung von Leistung und Temperatur nach Änderungen der Reaktivität, der Kühlmiteleintrittstemperatur, des Durchflusses oder mehrerer dieser Änderungen zugleich darstellen. Hierbei ist eine gewisse notwendige, aber nicht hinreichende Stabilitätsbedingung zu beachten. Die Diskussion der Einzelfälle zeigt, daß für eine Leistungsregelung ohne künstliche Reaktivitätseingriffe, z.B. ohne Regelstäbe, nur sehr geringe Chancen bestehen.

### *1. Zweck der Untersuchung*

Jedem stationären Betriebszustand eines Kernreaktors entspricht die Reaktivität null. In Leistungsreaktoren existiert dazu bei vorgegebener Leistung eine örtlich nicht-konstante, berechenbare Temperaturverteilung zwischen Brennstoff und Kühlmittel.

Will man die Leistung des Reaktors ändern, so sind Eingriffe in die Reaktivität oder in die thermischen Parameter oder auch beides notwendig. In jedem Falle entstehen Änderungen des Temperaturfeldes, welche ihrerseits die Reaktivität in mehr oder weniger bekannter Weise beeinflussen.

Falls solche bleibenden Änderungen der Parameter zu einem Gleichgewicht der Leistung und der Temperatur führen, was selbstverständlich für ein wirkliches Funktionieren notwendig ist, so wollen wir die Art und Weise untersuchen, wie die Parameterstellungen und das jeweilige Gleichgewicht miteinander gekoppelt sind, z.B., ob der Zusammenhang zwischen Kühlmitteldurchsatz und Leistung ohne künstliche Eingriffe in die Reaktivität linear ist oder nicht. Diese Fragestellung hat eine gewisse Verwandtschaft mit der nach der Stabilität von Reaktoren, ist aber nicht mit ihr identisch, wie wir sehen werden.

In Paragraph 4 wird eine Anzahl von Kombinationen der Temperaturkoeffizienten daraufhin untersucht werden, wohin sich Leistung und Temperaturen des Reaktors nach Änderung bestimmter Störgrößen asymptotisch einstellen, ohne daß eine äußere Regelung vorliegt. Insbesondere soll herausgestellt werden, daß eine solche Regeleinrichtung praktisch immer unentbehrlich ist.

2. Formulierung des Problems

Zwecks Vermeidung partieller Differentialgleichungen beschreiben wir das Temperaturfeld, indem wir uns eine — im topologischen Sinne — konzentrische Folge von  $n$  Materialschichten vorstellen. Die Abmessungen der Schichten seien so, daß es im Rahmen der gewünschten Genauigkeit zulässig ist, das Temperaturfeld in jeder Schicht  $k$  durch eine einzige Temperatur  $T_k$  zu kennzeichnen. Bei heterogenen Reaktoren bietet sich von selbst z.B. die Folge „Brennstoff-Hülle-Kühlmittel“ an. Immer sei das Kühlmittel die äußerste Schicht mit dem Index  $k = n$ .

Die Temperatur springt also stufenförmig von einer Schicht zur anderen. Die Wärmeübertragung wird durch Wärmeübergangszahlen  $\alpha_{k,k+1}$  dargestellt, die wir als temperaturunabhängig annehmen müssen, eine Voraussetzung, die zumindest häufig hinreichend erfüllt ist.

Das Produkt  $\alpha_{k,k+1}$  mit der Zwischenfläche  $F_{k,k+1}$  bezeichnen wir mit  $A_k$ , welches die Dimension Leistung/Temperatur besitzt.  $1/A_k$  ist ein Wärmewiderstand pro Flächeneinheit.

Wärmeübergangszahlen sind definitionsgemäß mit der Differenz der betreffenden Oberflächentemperaturen zu kombinieren. Ist im Falle der Brennstoffzone die Mitteltemperatur  $T_1$  von der Oberflächentemperatur  $T_1^s$  wesentlich verschieden, so können wir im stationären Fall letztere exakt darstellen durch

$$T_1^s = T_1 - cP, \tag{2.1}$$

wo  $P$  die spezifische Leistung und  $c$  ein konstanter geometrieabhängiger Faktor ist.  $T_1^s$  ist daher eine Linearkombination der Variablen  $T_1$  und  $P$ .

Jeder Schicht  $k$  teilen wir ferner einen Temperaturkoeffizienten  $I_k$  der Reaktivität zu. Die Reaktivität oder die Überschußmultiplikation  $\delta k$  ist ganz allgemein

$$\delta k = \delta k^* + f[(T_k - T_k^0), (P - P^0)] + g[(T_k - T_k^0), (P - P^0)]^* \tag{2.2}$$

$\delta k^*$  ist eine willkürliche äußere Änderung der Reaktivität, während die Funktion  $f$  die innere (natürliche) und  $g$  die äußere (künstliche, durch Regler bewirkte) Rückwirkung der Temperatur- und Leistungsabweichungen auf die Reaktivität darstellt.

Wir nehmen jetzt einen unregelmäßigen Reaktor an ( $g \equiv 0$ ), entwickeln  $f$  in eine Taylor-Reihe und brechen nach dem linearen Glied ab:

$$\delta k = \delta k^* + \sum I_k(T_k - T_k^0) + I_P(P - P^0) + \dots \tag{2.3}$$

Die Kenntnis des Temperatureinflusses der Zonen auf  $\delta k$  ist selten so, daß man eine höhere als lineare Abhängigkeit, wie in (2.3), gutbegründet beschreiben kann. Die so definierten Temperaturkoeffizienten  $I_k$  und der Leistungskoeffizient  $I_P$  (z.B. der Blasenkoeffizient in Siedewasserreaktoren) sind die partiellen

\* Der obere Index  $0$  weist auf den stationären Ausgangszustand hin.

Differentialquotienten von  $f$  nach den  $T_k$  bzw.  $P$ , genommen an den Stellen  $T_k^0$  und  $P^0$  des Ausgangsgleichgewichtes. Die Abhängigkeit der  $I_k$  und  $I_P$  vom Niveau der anderen Variablen wird vernachlässigt. Meist wird für sie ein Differenzenquotient über das ganze erwartete Temperatur- bzw. Leistungsintervall gewählt, wodurch etwaige nichtlineare Abhängigkeit so gut wie möglich berücksichtigt wird.

Indem wir uns auf bekannte Eigenschaften der kinetischen Reaktorgleichungen berufen, wollen wir folgendes zu Beginn festhalten:

Ist keine Rückwirkung auf die Reaktivität vorhanden (alle  $I_k$  sind null), so ist die kinetische Gleichung linear. Ihre Lösung für sprunghaft eingeführtes  $\delta k^*$  ist eine Summe von Exponentialfunktionen mit reellen Exponenten. Die Neutronendichte oder die ihr proportionale Reaktorleistung ist daher entweder divergent (wenigstens 1 Exponent positiv), oder konvergent, in welchem Falle die Leistung asymptotisch nach null geht. Der Fall  $P = \text{const}$  ist trivial; er entspricht der Störung null.

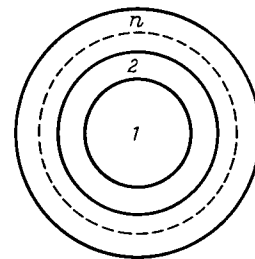


Abb. 1. Mehrschicht-Reaktormodell

Existiert eine Rückwirkung, auch von kleinstem Betrag, so kann die Lösung ebenfalls divergent sein. Aber im konvergenten Fall ist die asymptotisch erreichte Leistung  $P^\infty$  im allgemeinen nicht null; vielmehr entspricht jedem  $\delta k^*$  eindeutig ein bestimmter Wert  $P^\infty$ . Hierfür gibt es keine Parallele im ungedämpften System.

Falls zu einer bestimmten, bleibenden Parameteränderung ein bestimmter endlicher Endzustand aller Variablen (Leistung und Temperaturen) gehört, so muß er dadurch definiert sein, daß in den kinetischen Gleichungen alle Ableitungen null gesetzt werden. Wir erfahren so aber nichts darüber, ob die Endlage von der Anfangslage aus erreichbar ist. Die Art, wie die Parameteränderung eingeführt wird, sei es durch einen Sprung, eine Rampe oder sonstwie, wird hier nicht betrachtet, so daß über die Übergangsvorgänge keine Aussage möglich ist.

Wir nehmen jedoch an, daß der Reaktor das erchenbare Endgleichgewicht wirklich erreichen kann. Falls er weder im Kleinen noch im Großen instabil ist\*, ist das stets durch hinreichend langsame Parameteränderungen möglich, so daß praktisch nur eine Folge stationärer Zustände durchschritten wird.

Die formalmathematisch berechnete Lösung eines algebraischen Gleichungssystems kann für die Leistung und die Temperaturen als Variable auch teilweise verschwindende oder negative Werte als Endzustand ergeben. Solche Lösungen nennen wir „physikalisch unzulässig“. Wir werden so eine Bedingung finden, welcher die Koeffizienten des Systems zu genügen haben, damit der Endzustand physikalisch existent und damit auch der Übergang (eventuell) durchführbar ist.

Weiter kann natürlich auch noch ein physikalisch existenter Endzustand betrieblich unzulässig sein, weil irgendwelche Begrenzungstemperaturen für die Materialien überschritten sind. Das soll uns erst in

\* Das ist, wie eben erwähnt, der Fall für den rückkopplungsfreien Reaktor. Die geringste Störung bringt seine Leistung zur Divergenz oder zum Absterben.

zweiter Linie beschäftigen. Die Formeln werden eine Berechnung des Endzustandes und damit eine Begutachtung seiner betrieblichen Zulässigkeit gestatten. Gegebenenfalls sind dann die Parameteränderungen zu begrenzen.

3. Berechnung des Endgleichgewichtes.  
Eine notwendige Bedingung für Stabilität

Wir schreiben die dynamischen Gleichungen in folgender Form:

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{P(t)}{l} \cdot \left\{ \delta k^* + \sum_{k=1}^n \Gamma_k [T_k(t) - T_k^0] + \Gamma_P [P(t) - P^0] - \beta \right\} + \sum_{i=1}^I \lambda_i C_i(t) \tag{3.1}$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = -\lambda_i C_i(t) + \frac{\beta_i}{l} P(t) \quad i = 1, \dots, I \tag{3.2}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_1(t)}{dt} &= \frac{1}{\mu_1} \{P(t) - A_1 [T_1(t) - T_2(t)]\} \\ \frac{dT_2(t)}{dt} &= \frac{1}{\mu_2} \{A_1 [T_1(t) - T_2(t)] - A_2 [T_2(t) - T_3(t)]\} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{dT_n(t)}{dt} &= \frac{1}{\mu_n} \{A_{n-1} [T_{n-1}(t) - T_n(t)] - (D^0 + \delta D) [T_n(t) - (T_n^{E0} + \delta T_n^E)]\} \end{aligned} \right\} \tag{3.3}$$

$$\begin{pmatrix} P & T_1 & T_2 & T_3 & T_4 \dots T_{n-1} & T_n \\ +\Gamma_P + \Gamma_1 & +\Gamma_2 & +\Gamma_3 & +\Gamma_4 \dots +\Gamma_{n-1} & +\Gamma_n \\ +1 & -A_1 & +A_1 & 0 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & +A_1 & -(A_1 + A_2) & +A_2 & 0 \dots 0 & 0 \\ 0 & 0 & +A_2 & -(A_2 + A_3) & +A_3 \dots 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \dots +A_{n-1} & -(A_{n-1} + A_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\delta k^* + \sum_{k=1}^n \Gamma_k T_k^0 + \Gamma_P P^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ -A_n (T_n^{E0} + \delta T_n^E) \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

Hierbei bedeuten die  $\mu_k$  die jeweilige Wärmekapazität der Zone.  $D/2$  ist der Kühlmittelfluß mal seiner spezifischen Wärme (Dimension: Leistung/Temperatur). Um das System mathematisch abzuschließen, wählen wir eine konstante Eintrittstemperatur  $T_n^E$ , wobei es offenbleibt, wie diese erreicht wird. Wir können sie jedoch als eine Störgröße des Systems betrachten, wie durch  $\delta T_n^E$  angedeutet. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß  $T_n(t)$  das arithmetische Mittel aus Ein- und Austrittstemperatur sei, so daß  $D [T_n(t) - T_n^E]$  gerade die abgeführte Leistung ist. Im stationären Fall sind alle Terme innerhalb der geschweiften Klammern der Wärmeübergangsgleichungen jeweils gleich der übertragenen Leistung.

Wir sehen außer  $\delta T_n^E$  auch eine Änderung  $\delta D$  des ursprünglichen Massenflusses  $D^0$  vor, welche wir zugleich oder getrennt von  $\delta k^*$  auf das System wirken lassen können. Aus Symmetriegründen nennen wir  $(D^0 + \delta D) = A_n$ . In der Tat verhält sich  $A_n$  genau wie ein anderes  $A_k$  — es hat auch dieselbe Dimension — insofern, als man sich formal den Wärmefluß nicht durch Konvektion, sondern durch „radiale“ Wärmeleitung durch eine Wand mit der konstanten Temperatur  $T_n^E$  abgeführt denken kann. Die mathematische Beschreibung ist dann dieselbe.

Auch die übrigen  $A_k$  dürfen vom Massenfluß abhängen, nicht aber von der Temperatur.

Die Anzahl  $I$  der betrachteten Gruppen verzögerter Neutronen ist beliebig. Indem wir Gl. (3.2) über  $i$  summieren und in Gl. (3.1) einsetzen, kann letztere geschrieben werden:

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{P(t)}{dt} \left\{ \delta k^* + \sum_{k=1}^n \Gamma_k [T_k(t) - T_k^0] + \Gamma_P [P(t) - P^0] \right\} - \sum_{i=1}^I \frac{dC_i(t)}{dt} \tag{3.4}$$

Für jeden stationären Zustand sind alle zeitlichen Ableitungen gleichzeitig Null. Wenn also nach einer Parameteränderung ein neues Gleichgewicht eintreten soll, müssen gerade sämtliche geschweiften Klammern in (3.3) und (3.4) verschwinden. Der letzte Term in (3.4) ist Null, woraus ersichtlich ist, daß die verzögerten Neutronen ganz aus der Betrachtung verschwinden. Sie spielen für Gleichgewichtszustände und deren Niveaus keine Rolle, sondern nur für die Übergangsvorgänge.

Ein bemerkenswerter Effekt ist ferner das Verschwinden der Nichtlinearität  $P(t) \cdot T_k(t)$ ; wir haben tatsächlich in Strenge nur mehr ein lineares System von algebraischen Gleichungen zu lösen. Dieses lineare System lautet in Matrix-Schreibweise:

Im allgemeinen hat ein solches inhomogenes System genau eine Lösung. Sie ist aber nur dann „physikalisch zulässig“, wenn alle Variablen  $T_k$  zugleich positiv sind und  $P$  nicht negativ ist.

Für gewisse Kombinationen der Matrixkoeffizienten ist der Rang  $< n + 1$ , d.h. die Systemdeterminante  $\Delta$  verschwindet. In diesem Falle werden alle Variablen unendlich und wechseln außerdem ihr Vorzeichen, wenn  $\Delta$  einen Nulldurchgang hat. Betrachten wir z.B.  $P$  und die  $T_k$  als Funktion eines einzigen Parameters, etwa  $\Gamma_1$ . Eine geeignete Veränderung dieses Parameters läßt alle Variablen durch einen Pol gehen. Sind die Variablen auf der einen Seite des Poles physikalisch zulässig, so sind sie es auf der anderen nicht. Der Pol selbst bedeutet Instabilität des Systems, und die „andere Seite“ ergibt keinen physikalischen Sinn der Variablen. Daher muß eine Nullstelle von  $\Delta$  eine Grenze des Stabilitätsbereiches darstellen.

Alle Kombinationen von Matrix-Koeffizienten, die die Determinante zum Verschwinden bringen, ergeben zusammen eine obere Abschätzung der Begrenzung des Bereiches asymptotischer Stabilität in einem mehrdimensionalen Raum. Es muß lediglich festgestellt werden, auf welcher Seite der Begrenzung Instabilität herrscht, mit anderen Worten, welches Vorzeichen von  $\Delta$  Instabilität anzeigt. Das andere Vorzeichen gibt aber dann, wie bereits erwähnt, noch nicht unbedingt Stabilität.

Die Auswertung der Matrix-Gleichung (3.5) erfordert einige Zwischenrechnungen, die wir übergehen. Für die Systemdeterminante  $\Delta$  findet man

$$\Delta = (-1)^n \prod_{k=1}^n A_k \left[ \Gamma_P + \sum_{k=1}^n \left( \Gamma_k \sum_{j=k}^n \frac{1}{A_j} \right) \right]. \quad (3.6)$$

Weiter ergibt sich für die Änderungen von  $P$  und  $T_k$  infolge der Störungen  $\delta k^*$ ,  $\delta D$  und  $\delta T_n^E$

$$\delta P = P^\infty - P^0 = - \frac{-\delta k^* + \left( P^0 \frac{\delta D}{D^0} \frac{1}{D^0 + \delta D} - \delta T_n^E \right) \sum_{k=1}^n \Gamma_k}{\Gamma_P + \sum_{k=1}^n \left( \Gamma_k \sum_{j=k}^n \frac{1}{A_j} \right)} \quad (3.7)$$

$$\delta T_n = T_n^\infty - T_n^0 = \frac{1}{D^0 + \delta D} (\delta P - P^0 \frac{\delta D}{D^0}) + \delta T_n^E \quad (3.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta T_{n-1} &= T_{n-1}^\infty - T_{n-1}^0 = \delta T_n + \delta P \frac{1}{A_{n-1}} \\ \delta T_{n-2} &= T_{n-2}^\infty - T_{n-2}^0 = \delta T_n + \delta P \left( \frac{1}{A_{n-1}} + \frac{1}{A_{n-2}} \right) \\ &\dots \\ \delta T_1 &= T_1^\infty - T_1^0 = \delta T_n + \delta P \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{A_k} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Die Ausdrücke (3.9) erhält man direkt durch Variation der  $T_k$  unter Berücksichtigung der Tatsache, daß alle Quell- und Verlustterme der Gl. (3.3) jeweils gleich  $P^0$  bzw.  $P^\infty$  sind, und zwar indem man von der letzten Gleichung ausgeht.

$P^0$  kann stets beliebig gewählt werden, außerdem eines der  $T_k^0$ , sofern über den Massenfluß  $D^0$  noch verfügt werden kann. Die anderen Temperaturanfangswerte sind aus diesen Angaben errechenbar. Selbstverständlich gilt

$$\text{und} \quad \left. \begin{aligned} D^0 &= \frac{P^0}{T_n^0 - T_n^{E0}} \\ D^\infty &= D^0 + \delta D = \frac{P^\infty}{T_n^{E0} + \delta T_n^E} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Beziehungen, welche bei der Berechnung der  $\delta P$  und  $\delta T_n$  zu berücksichtigen sind.

Wir wollen vorübergehend  $\delta D$  und  $\delta T_n^E$  gleich Null setzen, also allein eine Reaktivitätsänderung  $\delta k^*$  betrachten. Aus (3.7) bis (3.9) sehen wir, daß  $\delta P$  und die  $\delta T_k$  alle dasselben Vorzeichen haben, denn  $\delta T_n$  unterscheidet sich nur um den positiven Faktor  $D^0$  von  $\delta P$ , und die anderen  $\delta T_k$  sind Linearkombinationen aus  $\delta T_n$  und  $\delta P$  mit positiven Koeffizienten. Aus diesem Grund können nach reinen Reaktivitätsänderungen neue asymptotische Gleichgewichte, für die einige Variable angewachsen, andere aber gefallen sind, nicht existieren.

Wir wollen hier nicht beweisen, daß eine positive Reaktivitätsänderung niemals eine (endgültige) Leistungsverminderung verursachen kann, d. h., daß eine negative Rückwirkung den ungedämpften Vorgang immer nur schwächen aber nicht in die andere Richtung verkehren kann.  $\delta P$  hat stets dasselbe Vorzeichen wie  $\delta k^*$ . Daraus können wir schließen, daß für jedes erreichbare neue Gleichgewicht der Nenner von (3.7), welcher proportional zu  $\Delta$  ist, negativ sein muß:

$$\Gamma_P + \sum_{k=1}^n \left( \Gamma_k \sum_{j=k}^n \frac{1}{A_j} \right) < 0. \quad (3.11)$$

Damit haben wir eine notwendige Bedingung für asymptotische Stabilität gefunden.

#### 4. Möglichkeiten der Selbstregelung von Reaktoren

Wir setzen  $\Gamma_P = 0$  (kein Leistungskoeffizient) und  $n = 1$ , d. h. wir betrachten ein homogenisiertes Reaktor-Modell. Dann finden wir aus (3.11):  $\Gamma_1 < 0$ , d. h. die Rückkopplung muß selbstverständlich negativ sein\*.

Nun sei  $n > 1$ . Die Ungleichung (3.11) besagt, daß jedes  $\Gamma_k$  mit der Summe der Widerstände zu bewichten ist, welche von der Wärme insgesamt zu passieren sind, bevor sie in die folgende Schicht  $k + 1$  eintritt. Auf diese Weise erscheint der Temperaturkoeffizient der innersten Zone  $n$ -mal, während die der äußeren Zone immer geringeres Gewicht haben. Ist die algebraische Summe der  $\Gamma_k$  positiv, so kann der Reaktor trotzdem neue Gleichgewichtslagen erreichen, solange nur die Temperaturkoeffizienten der inneren Zonen mit ihrem großen Gewicht hinreichend negativ sind. Das ist auch vielfach wegen des Doppler-Effektes beim Resonanzeinfall der Neutronen der Fall. Andererseits ist es verhältnismäßig unerheblich, wenn während des Abbrandes etwa die Temperaturkoeffizienten der äußeren Zonen positiv oder stärker positiv werden.

Man sieht hieraus, daß eine vereinfachte Behandlung der Dynamik durch Homogenisierung aller Schichten ( $n = 1$ ) falsche (im allgemeinen zu pessimistische) Eindrücke über mögliche Stabilität vermitteln kann. Es ist daher wichtig, den Wärmeübergangsprozeß durch eine hinreichende Anzahl von Schichten zu beschreiben und auch gegebenenfalls den Temperaturgradienten im Brennstoff durch die in (2.1) angegebene Unterscheidung der Oberflächen- und der Mitteltemperatur zu berücksichtigen. Das System bleibt dabei linear, nur die Koeffizienten  $A_k$  ändern sich etwas.

Durch Umordnung gewinnt (3.11) die Gestalt

$$\Gamma_P + \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{A_k} \sum_{j=1}^k \Gamma_j \right) < 0. \quad (4.1)$$

Diese Schreibweise zeigt, daß man auch den Widerständen  $1/A_k$  eine Bewichtung zuordnen kann. Der wichtigste unter ihnen ist  $1/A_1$ , also derjenige zwischen Brennstoff und Hülle im allgemeinen. Ist z. B. der Brennstoff-Temperaturkoeffizient der einzige mit negativem Vorzeichen, so sollte man den Kontaktwiderstand zwischen Brennstoff und Hülle so genau wie möglich kennen. Je größer dieser ist, desto stabiler wird der Reaktor, weil dann die Brennstofftemperatur relativ höher ist. Natürlich sind einem solchen Vorgehen technologische Grenzen gesetzt. Allgemein kann gesagt werden, daß die Wärmeübergangskoeffizienten eine ebenso wichtige Rolle für die Reaktorstabilität spielen wie die Temperaturkoeffizienten.

Wir kommen nun zu Feststellungen über das Selbstregelverhalten von Reaktoren, d. h. für den Fall der Leistungsänderungen ohne künstlichen Eingriff in die Reaktivität, weder von Hand ( $\delta k^* = 0$ ) noch über einen Regler [ $g = 0$ , vgl. (2.2)].

Die Leistung kann auf zwei Arten geändert werden:

- A) durch Änderung der Aufheizspanne des Kühlmittels,
- B) durch Durchflußänderung.

\* Es ist bekannt, daß bei geeigneter Zeitkonstante (d. h. Phasendrehung) und Verstärkung des Rückkopplungsgrades trotzdem Eigenschwingungen auftreten. Die Phasendrehung ist mit unserer stationären Betrachtungsweise nicht erfaßbar.

Die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme des Kühlmittels wollen wir unberücksichtigt lassen.

Wir beginnen mit Änderungen der Gruppe A. Ohne eine Regeleinrichtung kann beim Kühlmittel selbstverständlich nur die Eintrittstemperatur  $T_n^E$  unmittelbar geändert werden. Wir betrachten im allgemeinen einen offenen Kreislauf, so daß Rückwirkungen der Austritts- auf die Eintrittstemperatur nicht auftreten\*. Die Durchflußmenge sei konstant. Außerdem setzen wir  $I_p = 0$ .

Man hat eine Anzahl Fallunterscheidungen zu machen [vgl. Formeln (3.7) bis (3.9)]:

#### 1. $n = 1$ homogener Reaktor

Man findet  $\delta P = -D^0 \delta T_1^E$  und  $\delta T_1 = 0$ .

Das Ergebnis ist unabhängig von  $I_1$ , dem Temperaturkoeffizienten des Reaktors. Der Endzustand ist allerdings nur mit  $I_1 < 0$  zu erreichen, welches während der Übergangsvorgänge eine Rolle spielt. Da die Mitteltemperatur konstant bleibt, sinkt die Austrittstemperatur um soviel wie die Eintrittstemperatur steigt. Für  $\delta T_1^E = T_1^0 - T_1^{E0}$  wird gerade  $\delta P = -P^0$ , d.h.  $P^\infty = 0$ . Dieser Fall stellt eines der wenigen Regelprogramme dar, die ohne künstliche Reaktivitätsänderung auskommen (vgl. z.B. SCHULTZ, Control of Nuclear Power Reactors and Power Plants, 2. Aufl., Abschn. 8.2).

#### 2. $n = 2$ Zweischicht-Reaktormodell

$$a) \sum_{k=1}^2 I_k < 0, \quad \sum_{k=1}^2 \left( I_k \sum_{j=k}^2 \frac{1}{A_j} \right) < 0.$$

Für eine positive Änderung der Eintrittstemperatur ( $\delta T_2^E > 0$ ) ergibt sich  $\delta P < 0$ , d.h. dasselbe Vorzeichen wie im Falle  $n = 1$ . Ob  $\delta T_2$  größer oder kleiner als null ist, hängt vom Vorzeichen von  $I_1$  ab. Im Normalfall  $I_1 < 0$  erhält man  $\delta T_2 > 0$ , d.h. höhere Kühlmittel-Endtemperatur. Für  $I_1 = 0$  folgt  $\delta T_2 = 0$ , Indifferenz der Kühlmitteltemperatur. Wenn der Brennstoffkoeffizient  $I_1 > 0$  ist, muß  $I_2 < 0$  und dem Betrage nach größer als  $I_1$  sein. Aber nur die Fälle  $A_2/A_1 < |I_1 + I_2|/|I_1|$  stehen nicht im Widerspruch zur Voraussetzung  $\sum (I_k \sum_{j=k}^2 1/A_j) < 0$ . Hier würde  $\delta T_2 < 0$  ausfallen; da jedoch  $A_2 = D^0$  ist, würde das einen vernünftig nicht realisierbaren geringen Kühlmitteldurchsatz bedeuten, widrigenfalls Instabilität herrscht.

$$b) \sum_{k=1}^2 I_k > 0, \quad \sum_{k=1}^2 \left( I_k \sum_{j=k}^2 \frac{1}{A_j} \right) < 0.$$

Dieser Fall ist nur möglich mit  $I_1 < 0, I_2 > 0$ . Für  $\delta T_2^E > 0$  ergibt sich dann interessanterweise  $\delta P > 0$ , d.h. die Leistung steigt mit steigender Eintrittstemperatur des Kühlmittels, und die Austrittstemperatur steigt noch stärker als die Eintrittstemperatur. Auch die Brennstofftemperatur  $T_1$  steigt, wobei der negative Koeffizient  $I_1$  für den Ausgleich der Reaktivitätsbilanz sorgt. Eine solche Kombination der  $I_k$  kommt tatsächlich leicht vor und ist nicht pathologisch wie die zuletzt unter a) diskutierte Möglichkeit. Der Reaktor ist in diesem Fall ohne äußere Regelung der Reaktivität praktisch nicht beherrschbar.

\* Eine solche würde  $T_n^E$  zur abhängigen Variablen machen, und wir hätten eine Koppelgleichung zwischen Austritts- und Eintrittstemperatur zusätzlich anzugeben. Als Störgröße müßten wir dann irgend einen anderen Parameter wählen.

#### 3. $n = 3$ Dreischicht-Reaktormodell

$$a) \sum_{k=1}^3 I_k < 0, \quad \sum_{k=1}^3 \left( I_k \sum_{j=k}^3 \frac{1}{A_j} \right) < 0.$$

Wir wollen nicht sämtliche Fallunterscheidungen diskutieren. Von praktischem Interesse ist nur  $I_1 < 0$ . Für eine positive Änderung von  $T_2^E$  ergibt sich  $\delta P < 0$ . Die Kühlmitteltemperatur wird fast immer angehoben mit Ausnahme des seltenen Falles  $\frac{I_1 + I_2}{A_2} + \frac{I_1}{A_1} > 0$ , wobei  $I_1 < 0$ , d.h. für stark positives  $I_2$ . Die Kühlmittelaustrittstemperatur steigt weniger stark als die Eintrittstemperatur oder fällt unter Umständen. Der Reaktor ist ohne äußere Regelung theoretisch beherrschbar, wenngleich dies wegen der variablen Mitteltemperatur kaum ratsam erscheint. Wird die erhöhte Austrittstemperatur nämlich über den Kreislauf zum Eintritt rückgeführt, so liegt im allgemeinen eine positive Rückkopplung vor; sie führt zwar nicht zum vollkommenen Weglaufen der Temperaturen, aber die Stabilisierung der Kühlmitteltemperatur kann auf unzulässig hohem Niveau stattfinden, was wiederum von dem Verhalten des Wärmeentzuges zum Sekundärkreis abhängt.

$$b) \sum_{k=1}^3 I_k > 0, \quad \sum_{k=1}^3 \left( I_k \sum_{j=k}^3 \frac{1}{A_j} \right) < 0.$$

Wie bei 2 b) steigt die Leistung, wenn die Eintrittstemperatur erhöht wird. Die Austrittstemperatur steigt stärker als die Eintrittstemperatur, falls  $I_3 > 0$ . Da überhaupt alle Temperaturen steigen, ist wiederum eine äußere Regelung unerlässlich (etwa auf konstante Austrittstemperatur, wobei deren Abweichung vom Sollwert Signale auf die Regelstäbe gibt; PI-Regler).

Wir kommen nun zu Änderungen der Gruppe B, nämlich Durchflußänderungen bei konstanter Eintrittstemperatur\*.

Die Störung  $\delta D$  hat einen anderen Charakter als  $\delta k^*$  und  $\delta T_n^E$  insofern, als sie bereits im letzten Matrixkoeffizienten  $A_n = D^0 + \delta D$  enthalten ist und nicht nur in den inhomogenen Gliedern des Gleichungssystems (3.5). Gegebenenfalls ist auch der Koeffizient  $A_{n-1}$  von  $D$  abhängig (Wärmeübergangszahl zwischen Hülle und Kühlmittel als Funktion der Reynolds-Zahl, welche die Strömungsgeschwindigkeit enthält). Daher tritt  $\delta D$  auch schon im Nenner der Ausdrücke (3.7) bis (3.9) auf. Im Gegensatz zu Störungen der Reaktivität oder der Eintrittstemperatur kann eine Durchflußänderung den Reaktor in instabile Bereiche bringen. Das ist der Fall für positiven Kühlmittelkoeffizienten und hinreichende Drosselung des Kühlstromes ( $A_n \rightarrow 0$ ). Dabei tritt nicht nur unzulässige Erhitzung des Reaktors, sondern auch Divergenz der Kettenreaktion auf.

Wir brauchen hier keine Fallunterscheidungen bezüglich der Anzahl  $n$  der Schichten zu machen.

$$a) \sum_{k=1}^n I_k < 0, \quad \sum_{k=1}^n \left( I_k \sum_{j=k}^n \frac{1}{A_j} \right) < 0.$$

Gl. (3.7) zeigt, daß Durchflußänderung  $\delta D$  und Leistungsänderung  $\delta P$  gleichsinnig verlaufen. Das ist natürlich gerade der erwünschte Effekt. Ob aber eine

\* Ob sich die konstante Eintrittstemperatur verwirklichen läßt, werden wir im Einzelfall untersuchen.



annähernde Proportionalität zwischen  $D$  und  $P$  herrscht, hängt sehr von der Größe der Temperatur- und Wärmeübergangskoeffizienten ab. Im allgemeinen ist die Kennlinie „Leistung als Funktion des Durchflusses“ durchgekrümmt in dem Sinne, daß einer starken Durchflußdrosselung nur eine sehr geringe Leistungsminderung entspricht. Es wäre auch reiner Zufall, wenn die an sich notwendige Reaktivitätskorrektur gerade automatisch durch die vorhandenen Temperaturkoeffizienten bewerkstelligt würde\*.

Wir wollen dieses Verhalten an einem Beispiel demonstrieren. Gegeben sei ein gasgekühlter Reaktor mit einem Brennelement, das nominal eine Leistung  $P^0 = 1,5 \text{ kW}$  entwickeln möge. Die Temperaturkoeffizienten seien  $T_1 = -1,35 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ ,  $T_2 = -6,95 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ ,  $T_3 = 0$  (dieses wegen der geringen Gasdichte). Ferner sei  $A_1 = 0,0055 \text{ kW/°C}$ ,  $A_2 = 0,0167 \left(1 + \frac{\delta D}{D^0}\right)^{0,8} \text{ kW/°C}$ ,  $A_3 = 0,30 \left(1 + \frac{\delta D}{D^0}\right) \text{ kW/°C}$ , was realistischen Verhältnissen entspricht. Die Eintrittstemperatur  $T_3^{E0}$  in das betrachtete Element sei  $500 \text{ °C}$ . Die Aufheizspanne im Element ist dann  $2 \frac{P^0}{D^0} = 10 \text{ °C}$ ; die Anfangstemperaturen sind  $T_3^0 = 505 \text{ °C}$ ,  $T_2^0 = 595 \text{ °C}$ ,  $T_1^0 = 868 \text{ °C}$ .

Durch Auswertung der Formeln (3.7) bis (3.9) erhält man folgende Tabelle:

Durchfluß $D$	Leistung $P$	Aufheizspanne des Kühlmittels [°C]	Hüllentemperatur $T_2$ [°C]	Brennstofftemperatur $T_1$ [°C]
$D^0$	$P^0$	10	595,0	868,0
$0,9 D^0$	$0,9962 P^0$	11,1	595,2	867,1
$0,8 D^0$	$0,9921 P^0$	12,4	595,4	866,2
$0,7 D^0$	$0,9875 P^0$	14,1	595,6	865,1
$0,6 D^0$	$0,9822 P^0$	16,4	595,8	863,9
$0,5 D^0$	$0,9763 P^0$	19,5	596,1	862,6
$0,4 D^0$	$0,9693 P^0$	24,2	596,4	861,0
$0,3 D^0$	$0,9606 P^0$	32,0	596,7	859,0
$0,2 D^0$	$0,9493 P^0$	47,5	597,2	856,4
$0,1 D^0$	$0,9319 P^0$	93,2	598,0	852,4
0	—	—	—	—

Wie man sieht, kann die Leistung allein mittels Durchflußverminderung nicht vernünftig gedrosselt werden. Nun ist jedoch zu berücksichtigen, daß wir nur ein einzelnes Brennelement oder ein Stück eines stabförmigen Brennelementes betrachtet haben. Sind deren mehrere hintereinander geschaltet, so ist die stark erhöhte Austrittstemperatur des  $m$ ten Elementes zugleich die Eintrittstemperatur des  $(m+1)$ ten. Für letzteres ist also unsere Annahme  $T_n^E = \text{const}$  nicht erfüllt. Wir haben in Fall 3a) bereits gesehen, daß eine Erhöhung der Eintrittstemperatur eine Leistungsverminderung verursacht. Die Austrittstemperatur des  $(m+1)$ ten Elementes steigt schwächer

\* Man kann leicht nachrechnen, daß für Proportionalität zwischen  $D$  und  $P$  unerhört stark negative, in Wirklichkeit nicht vorkommende Temperaturkoeffizienten notwendig wären.

als seine Eintrittstemperatur, d.h. der Effekt der Vergrößerung der Aufheizspanne wird durch das erhöhte Temperaturniveau gebremst. Man darf also nicht die Aufheizspanne eines Einzelelements mit der Anzahl hintereinander geschalteter Elemente multiplizieren, um die Erhöhung der Gesamt-Aufheizspanne zu bekommen; diese Rechnung wäre viel zu pessimistisch. Immerhin tritt der berechnete Effekt für die zuerst angeströmten Elemente ein. Wenn die Gesamtleistung fällt, so ist das nicht die direkte Wirkung einer Durchflußdrosselung, sondern überwiegend die indirekte der Anhebung des Kühlmitteltemperaturniveaus. Es wird also gleich nach dem Eintritt eine erhebliche Temperatursteigerung des Kühlmittels eintreten, d.h. die Elemente oder Elementstücke nahe dem Eintritt haben den Hauptanteil der Leistung zu entwickeln, während die folgenden durch Temperaturerhöhung mehr oder weniger abgetötet werden. Es muß eine erhebliche axiale Neutronenflußverformung eintreten, die zeigt, daß wir den Gültigkeitsbereich der normalen kinetischen Gleichungen verlassen, die die Grundlage unserer Untersuchung bildeten\*.

Unsere Abschätzung zeigt jedoch, daß die Leistungsminderung in Wirklichkeit nur über die Temperaturerhöhung großer Reaktorteile möglich ist. Von einer konstanten „Reaktormitteltemperatur“ oder gar -austrittstemperatur kann keine Rede sein. Es ist problematisch, ob unter diesen Umständen eine Leistungsregelung ohne künstliche Reaktivitätsänderung, d.h. ohne Regelstäbe praktisch durchführbar ist.

$$b) \sum_{k=1}^n T_k > 0; \quad \sum_{k=1}^n \left( T_k \sum_{j=k}^n \frac{1}{A_j} \right) < 0.$$

Einer Durchflußverminderung entspricht eine Leistungserhöhung. Dieser auf den ersten Blick merkwürdige Umstand zeigt, daß eine Leistungsregelung ohne gleichzeitige Regelstabbewegung hier nicht möglich ist. Handelt es sich um einen Druckröhrenreaktor, so ist sie aber auch mit Regelstabbewegung so gut wie undurchführbar. Man kann zwar durch gleichzeitige Einwirkung von  $\delta D$  und  $\delta k^*$  eine Proportionalität von Durchfluß und Leistung erzwingen, doch ist das notwendige  $\delta k^*$  jeweils von  $P^0$  abhängig. Bei vielen Kühlkanälen mit verschiedener Leistung  $P^0$  müßte daher entweder der Durchfluß individuell reguliert werden, oder aber  $\delta k^*$  für die Kanäle unterschiedlich nachstellbar sein. Ersteres ist technisch sehr aufwendig, und das letztere geht aus neutronenphysikalischen Gründen nicht, so daß man mit leistungsabhängigen Temperaturprofilen am Austritt zu rechnen hat.

\* Man muß natürlich geeignete örtliche Mittel aller Temperaturabweichungen in die Reaktivitätsbilanz einführen. Aber auch das versagt, wenn sich das örtliche Feld des Neutronenflusses stark verändert. Die kinetischen Gleichungen beruhen nämlich auf einem ort-zeitlichen Separationsansatz für die Diffusionsgleichung und setzen daher zeitliche Invarianz der örtlichen Verteilung voraus.

**Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz AG., Würzburg**